

**UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID**  
**ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**



**PROYECTO FIN DE CARRERA**

**INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**Análisis y simulación de subestaciones de tracción en  
corriente continua con topología  $\Gamma$**

**AUTOR:** Juan Miguel Gómez Viñas

**TUTOR:** Jorge Valero Rodríguez

Leganés, Diciembre de 2011



Título: Análisis y simulación de subestaciones de tracción en corriente continua con topología  $\Gamma$ .

Autor: Juan Miguel Gómez Viñas.

Tutor: Jorge Valero Rodríguez.

## EL TRIBUNAL

Presidente: \_\_\_\_\_

Vocal: \_\_\_\_\_

Secretario: \_\_\_\_\_

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día \_\_ de \_\_\_\_\_ de 20\_\_  
en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid, acuerda  
otorgarle la CALIFICACIÓN de

VOCAL

SECRETARIO

PRESIDENTE





# Agradecimientos

Quisiera dar las gracias a todas las personas que me han ayudado en la realización del presente proyecto fin de carrera. En particular agradecer a familiares y amigos su constante apoyo y por supuesto a mi tutor, por su paciencia y dedicación.





# Resumen

En el presente proyecto fin de carrera se va a estudiar la tracción eléctrica ferroviaria, donde se analizarán las diferentes tecnologías existentes, ventajas e inconvenientes de cada una de ellas y sus modos de funcionamiento.

De modo más específico se analizará el sistema de electrificación en corriente continua, cuyo funcionamiento se describirá en detalle y para el que se desarrollará una herramienta de simulación, que sirva de apoyo al diseño de líneas para tracción eléctrica ferroviaria, proporcionando los parámetros eléctricos que se necesiten.

Por último, se realizará un estudio del modelo desarrollado de simulación, analizando las diferentes variables que intervienen en el proceso, para obtener la solución más óptima al problema de tracción eléctrica ferroviaria en corriente continua.





# Índice general

<b>1. Introducción y objetivos.....</b>	<b>15</b>
1.1. Introducción.....	15
1.2. Objetivos.....	15
1.3. Fases del desarrollo.....	16
1.4. Medios empleados.....	17
1.5. Estructura de la memoria.....	17
<b>2. Introducción a la tracción eléctrica.....</b>	<b>20</b>
2.1. Evolución histórica y tecnológica del ferrocarril en España.....	20
2.2. La tracción eléctrica en España.....	22
2.3. Consideraciones económicas sobre el ferrocarril en España.....	24
2.3.1. Inversiones reales por modo de transporte y Comunidades Autónomas.....	24
2.3.2. Evolución del número de usuarios del ferrocarril.....	27
2.3.3. Indicadores económicos de los transporte y comunicaciones.....	28
2.4. Consumo de energía en el sector del transporte.....	30
<b>3. Electrificación Ferroviaria.....</b>	<b>34</b>
3.1. Aspectos generales.....	34
3.2. Estructura.....	35
3.3. Subestación de tracción.....	36
3.3.1. Tipos de subestación de tracción.....	37
3.3.1.1. Subestaciones de tracción de Corriente Continua.....	38
3.3.1.2. Subestaciones de tracción de Corriente Alterna.....	39
3.4. Sistemas de electrificación.....	41
3.4.1. Sistema de electrificación en Corriente Continua.....	41
3.4.1.1. Sistema 1x3000Vcc.....	41
3.4.1.2. Sistema 2x3000Vcc.....	42
3.4.1.3. Conclusiones sistemas de electrificación en Corriente Continua.....	44
3.4.2. Sistema de electrificación en Corriente Alterna.....	45
3.4.2.1. Sistema de electrificación monofásica 1x25 KV simple.....	46
3.4.2.2. Sistema de electrificación monofásica 1x25 KV con cable de retorno.....	49
3.4.2.3. Sistema de electrificación bifásica 2x25 KV.....	49



3.5. Análisis comparativo entre los sistemas de electrificación.....	51
3.5.1. Criterio económico.....	52
3.5.2. Criterio ambiental.....	53
3.5.3. Criterio eléctrico.....	53
3.5.4. Criterio mantenimiento de las instalaciones.....	54
3.5.5. Cuadro resumen comparativo entre sistemas 1x25 y 2x25 KV.....	55
3.5.6. Corriente Continua VS Corriente Alterna, ventajas e inconvenientes.....	56
<b>4. Descripción del sistema.....</b>	<b>59</b>
4.1. Sistema de electrificación en Corriente Continua.....	59
4.2. Acometida y subestaciones de tracción.....	60
4.3. Modos de funcionamiento: normal y degradado.....	61
<b>5. Modelo matemático y simulaciones.....</b>	<b>66</b>
5.1. Topología Gamma ( $\Gamma$ ).....	66
5.1.1. Circuito equivalente para <b>un tren</b> .....	<b>66</b>
5.1.1.1. Modo de resolución: flujo de cargas.....	67
5.1.1.2. Selección de la solución inicial.....	71
5.1.1.3. Máxima transferencia de potencia.....	74
5.1.1.4. Mínima potencia de la subestación.....	76
5.1.1.5. Máxima longitud del cantón.....	76
5.1.2. Circuito equivalente para <b>dos trenes</b> .....	<b>79</b>
5.1.2.1. Modo de resolución: flujo de cargas.....	80
5.1.2.2. Selección de la solución inicial.....	83
5.1.2.3. Solución de las simulaciones.....	84
5.1.2.4. Mínima potencia de la subestación.....	87
5.1.3. Circuito equivalente para <b>tres trenes</b> .....	<b>88</b>
5.1.3.1. Modo de resolución: flujo de cargas.....	89
5.1.3.2. Selección de la solución inicial.....	93
5.1.3.3. Solución de las simulaciones.....	94
5.1.3.4. Mínima potencia de la subestación.....	97
5.1.4. Circuito equivalente para <b>“n” trenes</b> .....	<b>98</b>
5.1.4.1. Modo de resolución: flujo de cargas.....	100
5.1.4.2. Selección de la solución inicial.....	106
5.1.4.3. Solución de las simulaciones.....	106
5.1.4.4. Máximo n° de trenes y máxima potencia de de cada tren.....	111
<b>6. Optimización del modelo.....</b>	<b>118</b>
6.1. Distancia entre trenes.....	119
6.1.1. Dos trenes en un mismo cantón.....	119
6.1.2. “n” trenes en un mismo cantón.....	125



6.2. Potencia de los trenes.....	127
6.2.1. Dos trenes en un mismo cantón.....	127
6.2.2. “n” trenes en un mismo cantón.....	128
6.3. Sección de la catenaria.....	128
6.3.1. Dos trenes en un mismo cantón.....	128
6.3.2. “n” trenes en un mismo cantón.....	131
<b>7. Conclusiones.....</b>	<b>133</b>
<b>8. Futuras líneas de trabajo.....</b>	<b>136</b>
<b>9. Glosario.....</b>	<b>139</b>
<b>10. Bibliografía.....</b>	<b>145</b>
10.1. Referencias bibliográficas.....	145
10.2. Bibliografía complementaria.....	146



# Índice de figuras

Figura 2.1. Inversiones en ferrocarriles por CC.AA, [1].....	24
Figura 2.2. Inversiones en la red de carreteras por CC.AA, [1].....	25
Figura 2.3. Inversiones en aeropuertos y en navegación aérea por CC.AA, [1].....	25
Figura 2.4. Longitud total de la red ferroviaria por CC.AA. año 2009, [1].....	26
Figura 2.5. Evolución del transporte de viajeros: viajeros y viajeros-km según tipo de recorrido 2000-2009, [1].....	27
Figura 2.6. Evolución del VAB y FBCF de los transportes y las comunicaciones [1].....	29
Figura 2.7. Evolución del consumo de energía final para transporte en España, [2].....	30
Figura 2.8. Evolución del consumo de energía final para transporte por tipo de combustible, [2].....	30
Figura 3.1. Esquema sistema eléctrico ferroviario.....	35
Figura 3.2. Esquema subestación con topología barra simple.....	37
Figura 3.3. Subestación de tracción RENFE.....	39
Figura 3.4. Esquema sistema eléctrico en C.C. 1x3000Vcc.....	42
Figura 3.5. Zona neutra intersubestaciones.....	47
Figura 3.6. Transformadores de la subestación de tracción.....	47
Figura 3.7. Retorno de la corriente.....	48
Figura 3.8. Esquema sistema electrificación monofásico 1x25 KV con cable de retorno.....	49
Figura 3.9. Esquema sistema electrificación bifásico 2x25 KV.....	50
Figura 3.10. Esquema sistema electrificación 2x25 KV incluyendo autotransformadores.....	51
Figura 3.11. Inversiones necesarias para los sistemas 1x25 KV y 2x25 KV.....	52
Figura 4.1. Esquema general del trazado ferroviario.....	60
Figura 4.2. Situación de funcionamiento normal.....	62
Figura 4.3. Situación degradada, fallo en el transformador.....	63
Figura 4.4. Situación degradada, fallo en una subestación.....	64
Figura 5.1. Circuito equivalente para un tren.....	67
Figura 5.2. Diagrama unifilar para un tren.....	68
Figura 5.3. Método de Newton-Raphson.....	70
Figura 5.4. Tensión e intensidad en el tren para $V_{To}=100V$ .....	71
Figura 5.5. Tensión e intensidad en el tren para $V_{To}=3600V$ .....	72
Figura 5.6. Potencia demandada por el tren.....	75
Figura 5.7. Potencia máxima que puede demandar el tren en función de su posición cuando $P_{sub\ max} = 6 \cdot 10^6 W$ .....	78
Figura 5.8. Circuito equivalente para dos trenes.....	79
Figura 5.9. Diagrama unifilar para dos trenes.....	80





Figura 5.10. Tensiones trenes 1 y 2 a lo largo del cantón.....	84
Figura 5.11. Intensidades de ambos trenes en función de su posición.....	86
Figura 5.12. Circuito equivalente para tres trenes en un mismo cantón.....	88
Figura 5.13. Diagrama unifilar para tres trenes.....	89
Figura 5.14. Evolución de las tensiones de los trenes a lo largo de su recorrido por el cantón.....	94
Figura 5.15. Evolución de las intensidades de los trenes en función de su posición.....	96
Figura 5.16. Circuito equivalente cuando se encuentra “n” trenes en el cantón.....	99
Figura 5.17. Circuito equivalente cuando se encuentra “n-1” trenes en el cantón.....	99
Figura 5.18. Diagrama unifilar para “n” trenes.....	100
Figura 5.19. Diagrama unifilar para “n-1” trenes.....	103
Figura 5.20. Evolución de la tensión del tren con la distancia recorrida.....	107
Figura 5.21. Evolución de la intensidad del tren con la distancia recorrida.....	108
Figura 5.22. Evolución de la tensión del tren con la distancia recorrida.....	109
Figura 5.23. Evolución de la intensidad del tren con la distancia recorrida.....	110
Figura 5.24. Evolución de la tensión del tren con la distancia recorrida.....	112
Figura 5.25. Perfil de tensiones para $n = 3$ trenes y $P_{tren} = 1MW$ .....	113
Figura 5.26. Diagrama de flujo obtención máximo número de trenes con la potencia demandada por cada tren introducida por el usuario.....	114
Figura 5.27. Diagrama de flujo obtención máxima potencia posible para cada tren, manteniendo el número de trenes introducidos por el usuario.....	115
Figura 5.28. Perfil de tensiones para $n = 4$ trenes y $P_{tren} = 0.9MW$ .....	116
Figura 6.1. Circuito equivalente para dos trenes.....	119
Figura 6.2. Intensidad de la subestación en función de la distancia entre trenes.....	120
Figura 6.3. Posición del tren 2 cuando la $I_{sub}$ es máxima en función de la distancia entre trenes.....	121
Figura 6.4. Distancia entre trenes mínima.....	122
Figura 6.5. Máxima distancia entre trenes.....	123
Figura 6.6. Circuito equivalente para $n = 3$ y $n = 4$ trenes.....	126
Figura 6.7. Intensidad de la subestación máxima en función de la resistencia en la Catenaria.....	129



# Índice de tablas

Tabla 2.1. Resumen evolutivo del ferrocarril en España.....	22
Tabla 2.2. (%) inversiones de los diferentes modos de transporte, [1].....	26
Tabla 2.3. Evolución participación de los transportes en el PIB, [1].....	28
Tabla 2.4. Consumo de energía final para transporte en España (Ktep) 2007-2008, [3].....	31
Tabla 2.5. Consumo de energía final para transporte por modos de combustible (Ktep) 2007-2008, [3].....	32
Tabla 3.1. Comparativa entre los sistemas de 1x3000V y 2x3000V.....	43
Tabla 3.2. Comparativa entre los sistemas de 1x25 y 2x25 KV.....	55
Tabla 3.3. Diferencias más significativas en el sistema de electrificación entre líneas convencionales y líneas de alta velocidad.....	56
Tabla 6.1. Comparación entre las pérdidas en catenaria para ambas distancias.....	124



# Capítulo 1

## Introducción y objetivos

### 1.1. Introducción

En el presente proyecto fin de carrera se va a abordar el estudio de la tracción eléctrica ferroviaria de forma global y más en particular el sistema de electrificación en corriente continua. Se desarrollarán también, para este modo de electrificación, diferentes modelos de simulación con los que se puedan obtener aquellos parámetros eléctricos que sean de interés.

El sector del transporte en España es uno de los más relevantes desde un punto de vista económico para el país. En concreto, el transporte por ferrocarril ha experimentado un desarrollo muy importante en los últimos años y se presume que seguirá desarrollándose a corto plazo. Por tanto, se trata de un problema presente en la actualidad y resulta interesante la labor de realizar un estudio detallado que permita comprender bien aquellos fenómenos que acontecen en el mundo de la tracción eléctrica, y que permitirá, desde un punto de vista del diseño, optimizar mejor su desarrollo.

### 1.2. Objetivos

El objetivo fundamental del presente Proyecto Fin de Carrera, es la elaboración de un estudio completo del problema de tracción eléctrica en corriente continua, compuesto por una subestación de tracción que alimenta a un cantón de una determinada longitud y por el que circulará un cierto número de trenes, la denominada topología en gamma ( $\Gamma$ ). Para ello se desarrollará una herramienta de simulación que permita obtener los resultados correspondientes al problema que se desee abordar.



Además de obtener la solución, en términos eléctricos de dicho problema, lo que se pretende en este Proyecto, es la optimización de la misma. Es decir, obtener una herramienta de simulación que permita, desde la etapa del diseño, encontrar la solución más óptima posible.

En base a dicho objetivo principal, se proponen los siguientes objetivos parciales:

- Comparar las diferentes tecnologías existentes para la electrificación en la tracción eléctrica (CC, CA 1x25, CA 2x25), así como ventajas e inconvenientes de cada una de ellas.
- Profundizar en el sistema de electrificación de corriente continua, analizando diferentes topologías posibles y modos de funcionamiento.
- Desarrollar un modelo matemático en base al posterior desarrollo de la herramienta de simulación.
- Optimización del modelo desarrollado.

## 1.3. Fases del desarrollo

En la realización del presente proyecto, en primer lugar se inició un estudio previo, buscando gran cantidad de información relacionada con la tracción eléctrica ferroviaria de forma genérica, siguiendo las referencias bibliográficas que se citan durante el documento.

A continuación se profundizó más en el tema que concernía al Proyecto, que es el de la tracción en corriente continua, a través de consultas en diferentes libros citados en la bibliografía. Se estudió con detalle en qué consistía el problema de tracción en corriente continua así como sus posibles variaciones, es decir, diferentes topologías que se pueden dar, modos de funcionamiento, etc. Una vez adquiridos los conocimientos previos necesarios sobre el problema y para poder abordarlo, se pasó a realizar su planteamiento.

Antes de desarrollar la herramienta de simulación, fue preciso estudiar el tema correspondiente a la resolución de flujos de cargas y la decisión posterior del mejor método para su resolución.

Una vez desarrollada la herramienta con la que realizar las simulaciones con el modelo empleado, se realizó un estudio en profundidad de las diferentes variables que intervienen en el problema, para conseguir la solución más óptima posible.



## 1.4. Medios empleados

El medio con el que se ha contado para la realización del proyecto, ha sido básicamente el programa Matlab. Con este software se ha llevado a cabo la realización de todas las simulaciones que se han elaborado en el proyecto.

## 1.5. Estructura de la memoria

Para facilitar la lectura de la memoria, se incluye a continuación un breve resumen de cada capítulo:

### **Capítulo 1: Introducción y objetivos.**

En este primer capítulo se describe cuál es la motivación del proyecto, es decir, sobre qué va a tratar y por qué. También se exponen los diferentes objetivos que se persiguen en el proyecto, así como cuáles han sido las fases del desarrollo del mismo y los medios con los que se han contado para llevarlo a cabo.

### **Capítulo 2: Introducción a la tracción eléctrica.**

En este capítulo se hace una breve consideración histórica en relación con la evolución que ha tenido la tecnología y el mundo de la tracción eléctrica en España. También se muestran algunas consideraciones de tipo económico, relacionadas con el sector del transporte en España, y en particular con el transporte en ferrocarril. Por último se analiza la relación entre el sector del transporte y el consumo de energía en España.

### **Capítulo 3: Electrificación ferroviaria.**

Se trata de un capítulo eminentemente descriptivo, donde se presentan inicialmente los aspectos más generales de la tracción eléctrica ferroviaria, así como de su estructura. A continuación se describen los distintos sistemas de electrificación que se emplean en la actualidad, haciendo una comparativa entre ellos, dilucidando ventajas e inconvenientes de cada sistema, y analizando en qué situaciones es mejor emplear un sistema u otro.

### **Capítulo 4: Descripción del sistema.**

El siguiente capítulo se centra en el sistema de electrificación en corriente continua. Se describe cómo se realiza la acometida de las subestaciones de tracción eléctrica con la red de transporte, se analizan los posibles modos de funcionamiento y topologías básicas que se pueden dar en el sistema.



**Capítulo 5: Modelo matemático y simulaciones.**

En este capítulo se desarrolla un modelo matemático con el que se pueda obtener los parámetros eléctricos (tensiones, intensidades, etc.), correspondientes al problema de tracción eléctrica, utilizando el software Matlab. Se estudiarán individualizadamente los casos de tener uno, dos y tres trenes circulando en un mismo cantón con una topología gamma, así como los límites de funcionamiento en cada caso. Finalmente se obtendrá una herramienta de simulación más genérica, válida para  $n$  trenes, que proporcione los perfiles de tensiones y de intensidades de los trenes.

**Capítulo 6: Optimización del modelo.**

Una vez que se ha obtenido la herramienta de simulación válida para  $n$  trenes, se pasa a estudiar cómo poder optimizar dicho modelo. Es decir analizar detenidamente algunas de las variables que intervienen en el problema (distancia entre trenes, resistencia en la catenaria, etc.), para conseguir que la solución que proporcione el modelo sea lo más óptima posible.





# Capítulo 2

## Introducción a la tracción eléctrica

### 2.1. Evolución histórica y tecnológica del ferrocarril en España

En el año 1848 entra en funcionamiento la primera línea ferroviaria en España, que unía Barcelona con Mataró. Fue el inicio de una forma de transporte que siguió extendiéndose por España y que como la tecnología ha ido avanzando, el mundo ferroviario se ha visto obligado a irse adaptando a los nuevos tiempos y nuevas tecnologías, con el objetivo principal de aumentar la velocidad.

En un principio, se declaró estándar en España un ancho de vía superior al europeo, ancho nacional o ibérico, ancho que aún se utiliza en nuestros días. Se dice que esta mayor anchura se eligió para evitar una posible invasión del extranjero por vía férrea, pero la verdadera causa fue que por la geografía montañosa de nuestro territorio se requería una mayor potencia en las máquinas de vapor, y eso las hacía más grandes y pesadas. Hoy sabemos que en esta decisión había un error técnico: la potencia de una máquina de vapor es mayor cuanto mayor es la presión que en ella se produce y cuanto más largo sea el cilindro. Por tanto, habría bastado emplear locomotoras más largas y no necesariamente más anchas.

Esta ha sido una de las evoluciones reseñables en la implantación de la alta velocidad, ya que se llegó a la conclusión de que una línea de ancho internacional sería acertada, ya que esto permitiría aprovechar trenes e instalaciones probadas en Europa, e incluso que en un futuro no muy lejano, se produjera una comunicación directa de la red de ferrocarriles española con la del resto de países vecinos.

Otro cambio a resaltar ha sido la evolución en el sistema de tracción de las locomotoras. Las locomotoras de vapor tenían el inconveniente de que requerían de frecuentes paradas técnicas a causa del elevado mantenimiento que necesitaban. Por esta razón y por la fuerte competencia que surgió con el transporte por carretera en la segunda mitad del siglo XX, el transporte por





ferrocarril tuvo que reajustar sus costes, operación que se vio favorecida cuando se comenzaron a emplear nuevas formas de energías como alternativa al vapor.

El primer paso en este proceso de cambio fue la utilización de locomotoras equipadas con motor diesel, ya que precisaban de menor tiempo de mantenimiento, lo que suponía un ahorro en los costes. Pero el paso más importante fue el uso de máquinas de tracción eléctrica, que pueden funcionar sin descanso durante días.

Con este tipo de locomotoras, la explotación de una línea ferroviaria llega al máximo rendimiento al hacer los trenes un mayor número de viajes con tiempo mínimo de entretenimiento. Con este principio económico comenzó la decadencia del vapor en beneficio, primero del diesel y más tarde desembocó en la electrificación de las líneas. Además, debido a que la energía eléctrica no produce emisiones, contribuye a la sostenibilidad del medio ambiente.

Así mismo, y para adecuarse a los distintos medios de propulsión, el medio ha sufrido numerosas transformaciones, tanto en la modernización de las vías como en la señalización. Por ello, se han logrado que en trenes de alto recorrido además de que se mantenga un tráfico frecuente y regular, se haya aumentado la velocidad llegando en nuestro país actualmente a sobrepasar los 300km/h.

Mirando hacia el futuro, se han realizado estudios en los que se demuestra que la adherencia de las ruedas de acero sobre los raíles disminuye notablemente a velocidades superiores a los 350km/h, por lo que la seguridad impone un límite que hay que salvar. La esperanza reside en una tecnología que permita que el tren levite, para así poder alcanzar los 500km/h, ya que los trenes no son frenados por la fricción de los carriles, sino que se desplazan sobre ellos sin tocarlos.

Este sistema de levitación magnética permite radios de curvas mucho menores y pendientes muy superiores a mayores velocidades, lo que se traduce en unos costes mucho menores en la obra civil necesaria, además de que ya no se precisa una línea de catenaria. El único inconveniente que presenta, es que la inversión inicial es mucho mayor.

Por el momento, esta técnica se emplea en una única línea comercial en Shanghai, circulando a una velocidad máxima de 430km/h, aunque en España se pretende utilizar un par de líneas de prueba en las proximidades de Madrid.



En la siguiente tabla se muestra la evolución del ferrocarril en España:

<b>TIPO DE TRACCIÓN</b>	<b>FUENTE DE ENERGÍA</b>	<b>ANCHO DE VÍA</b>	<b>POTENCIA DESARROLLADA</b>	<b>VELOCIDAD MÁXIMA</b>	<b>ÉPOCA</b>
<b>VAPOR</b>	Carbón, madera, gasoil, biomasa, ...	Nacional	Hasta 2000CV.	90km/h	1848-1961
<b>DIÉSEL</b>	Gasóleo	Nacional	Hasta 3400CV.	200km/h	1931-2011
<b>ELÉCTRICO</b>	Electricidad	Nacional	Hasta 7614CV.	220km/h	1907-1996
<b>ELÉCTRICO ALTA VELOCIDAD</b>	Electricidad	Nacional-Internacional	Hasta 11965CV.	350km/h	1992-2011
<b>LEVITACIÓN</b>	Electromagnetismo	Internacional	Hasta 26648CV.	580km/h	1984-2011

Tabla 2.1. Resumen evolutivo del ferrocarril en España.

## 2.2. La tracción eléctrica en España

Hay que diferenciar la evolución en las líneas de vía ancha y en las de vía estrecha: El primer tramo de línea de vía ancha electrificada en España fue el tramo Gergal-Santa Fe, del ferrocarril Linares-Almería, en 1911. Para su electrificación se eligió el sistema de corriente trifásica de 500 V y 25 Hz. La línea aérea estaba constituida por dos hilos de contacto de cobre y la tercera fase la constituía el carril. Más tarde, en 1963, se electrificaría la línea hasta Almería.

Para el recorrido de esta línea se utilizaron cuatro locomotoras con equipo eléctrico suizo. En 1925 se inaugura la electrificación del Puerto de Pajares en respuesta a la gran dificultad de la explotación de la línea de tracción a vapor, debido al difícil y abrupto trazado que representaba la línea durante su recorrido. A partir de este punto se seguirán electrificando más líneas a lo largo de todo el territorio español.

Paralelamente a las electrificaciones en vías de ancho normal se realizaba este proceso en las líneas de vía estrecha. La primera de todas fue el tramo Sarriá-Barcelona en 1905, para seguir con los años venideros electrificando nuevas líneas, hasta llegar a tener un total de 300km de vía estrecha totalmente electrificados antes del estallido de la Guerra Civil.

En 1941 se constituye la RENFE, planteándose introducir la tracción eléctrica a mayor escala y potenciar las electrificaciones. En 1946 se aprueba un extenso Plan de Electrificación en el que se especifica que las nuevas electrificaciones debían hacerse a 3000V, excepto las de Miranda-Alsasua y Bilbao que se realizaron a 1500V para dar continuidad a las líneas electrificadas ya existentes.



La elección de 3000V en la electrificación pretendía conseguir una mayor economía en las instalaciones una vez superadas las dificultades para conseguir material a la nueva tensión.

Hasta la década de los cincuenta no se materializarían las primeras inauguraciones a 3000V, realizándose dos electrificaciones con carácter provisional a 1500 V: Barcelona-Mataró en 1948, para conmemorar el centenario del primer ferrocarril en España y el tramo Torres-Brañuelas en 1949. Estas electrificaciones se transformarían más tarde a 3000V.

De 1945 a 1984 se lleva a cabo el proceso de cambio de tensión de 1500 a 3000V quedando únicamente electrificada a 2500V la línea Bilbao-Portugalete. También de 1954 a 1968 se electrificaron unos 2500km de vía nueva.

En 1972 el gobierno aprueba el Plan de Electrificación que plantea electrificar 2322km entre 1975 y 1977. Así se llega a la década de los noventa con una total de unos 6300km de vía electrificada por RENFE.



## 2.3. Consideraciones económicas sobre el ferrocarril en España

### 2.3.1. Inversiones reales por modo de transporte y Comunidades Autónomas

A continuación se muestran en los siguientes gráficos una comparativa entre las inversiones realizadas en los años 2008 y 2009 en los medios de transporte por ferrocarril, transporte por carretera y en aeropuertos y navegación aérea.

El primer gráfico muestra las inversiones por Comunidades Autónomas en transporte por ferrocarril en miles de euros.

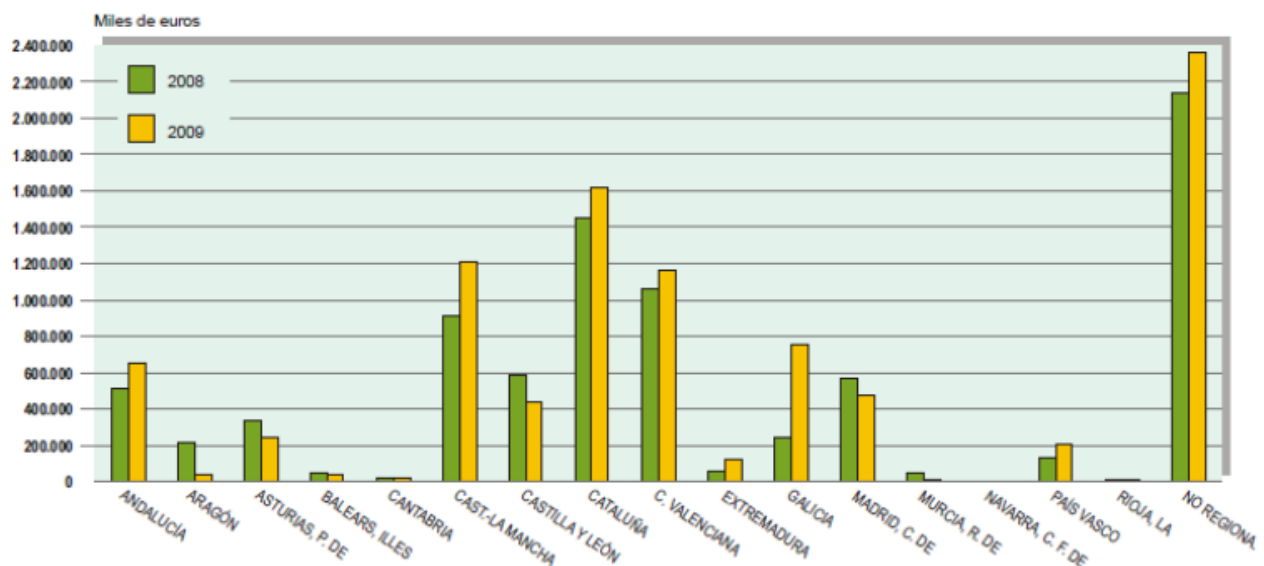


Figura 2.1. Inversiones en ferrocarriles por CC.AA. [1].

Atendiendo al gráfico anterior, se puede apreciar la importante inversión realizada en los años 2008 y 2009 en el transporte por ferrocarril, sobre todo en comunidades como Cataluña, C. Valenciana y Castilla La Mancha.

En estos años había numerosos proyectos en marcha, sobre todo en líneas de alta velocidad. Algunos de estos proyectos se pusieron en servicio en estos años y siguientes, como en el caso de la Comunidad Valenciana.



Las siguientes figuras muestran las inversiones por Comunidades Autónomas en transporte por carretera y en aeropuertos y en navegación aérea.

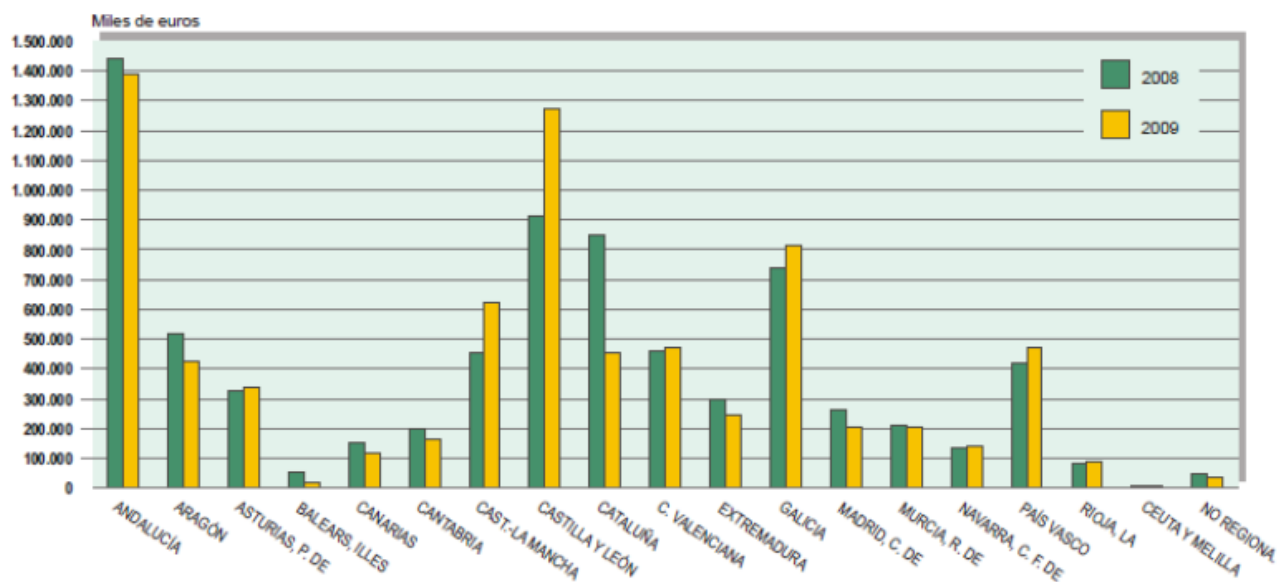


Figura 2.2. Inversiones en la red de carreteras por CCAA. [1].

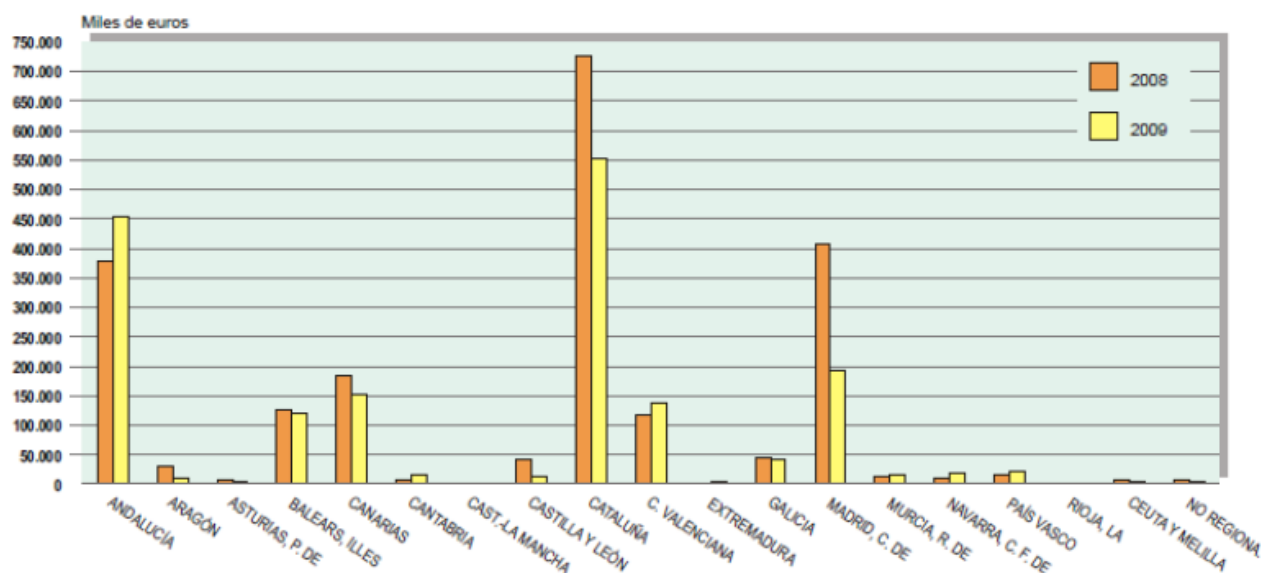


Figura 2.3. Inversiones en aeropuertos y en navegación aérea por CCAA. [1].

Comparando las inversiones realizadas en miles de euros en los años 2008 y 2009, puede comprobarse como el modo de transporte con mayor inversión por comunidad autónoma es el ferrocarril, seguido del transporte por carretera y en tercer lugar quedarían las inversiones en aeropuertos y navegación aérea.



Los datos en los gráficos anteriores, son un indicador de la apuesta realizada en España por el ferrocarril en general y por la Alta Velocidad en particular, como medio de transporte sostenible y eficaz, llegando a ser el país de Europa con más líneas de Alta Velocidad en servicio.

En la siguiente tabla se presenta de forma resumida los datos relacionados con las inversiones de los diferentes modos de transporte según el Plan Estratégico de Infraestructuras y Transportes:

TIPO DE INVERSIÓN	% TOTAL INVERSIONES
Carreteras	26,81 %
Ferrocarriles	48,00 %
Aeropuertos	6,50 %
Puertos	9,72 %
Otras actuaciones	8,97 %
TOTAL	100,00 %

Tabla 2.2. % Inversiones de los diferentes modos de transporte [1].

Por último, en la figura siguiente puede verse el resultado de las inversiones en transporte por ferrocarril realizadas en los últimos años traducida en los Km. de longitud de la red ferroviaria en España en el año 2009:

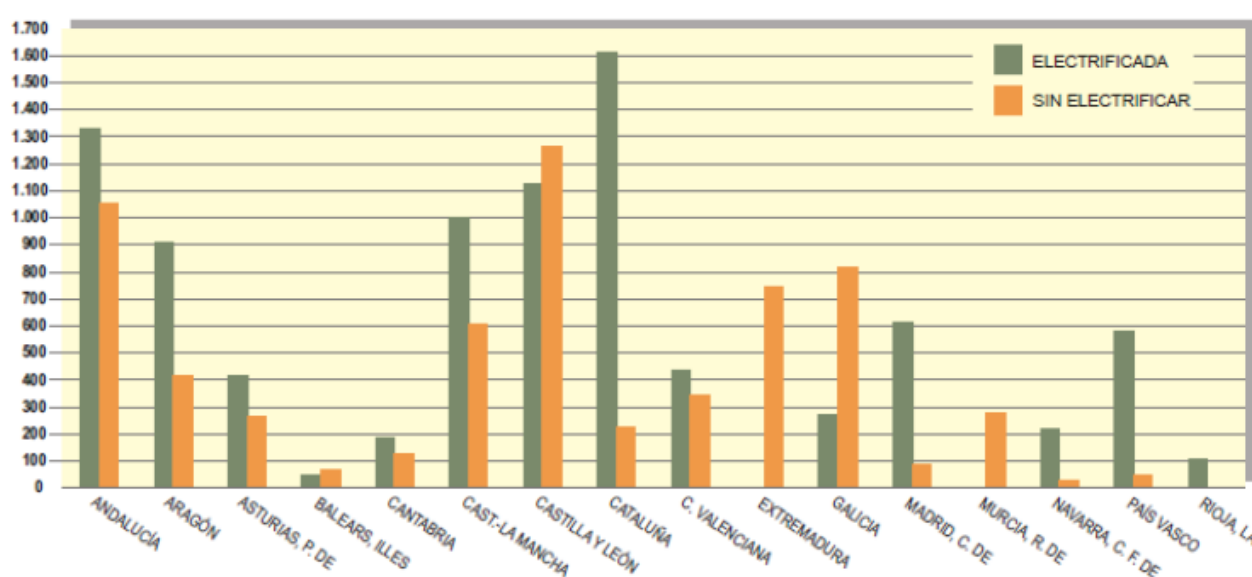


Figura 2.4. Longitud total de la red ferroviaria por CC.AA. año 2009 [1].



### 2.3.2. Evolución del número de usuarios del ferrocarril

Las grandes inversiones que se han realizado en mejorar y desarrollar nuevas líneas de ferrocarril, se ven secundadas por el aumento en el número de viajeros por ferrocarril que se ha producido en los últimos años.

En los siguientes gráficos se puede observar cómo dicho aumento ha repercutido negativamente en otros modos de transporte como el aéreo, que ha perdido cuota de mercado como consecuencia por ejemplo de la creación de líneas de alta velocidad como Madrid-Sevilla o Madrid- Barcelona.

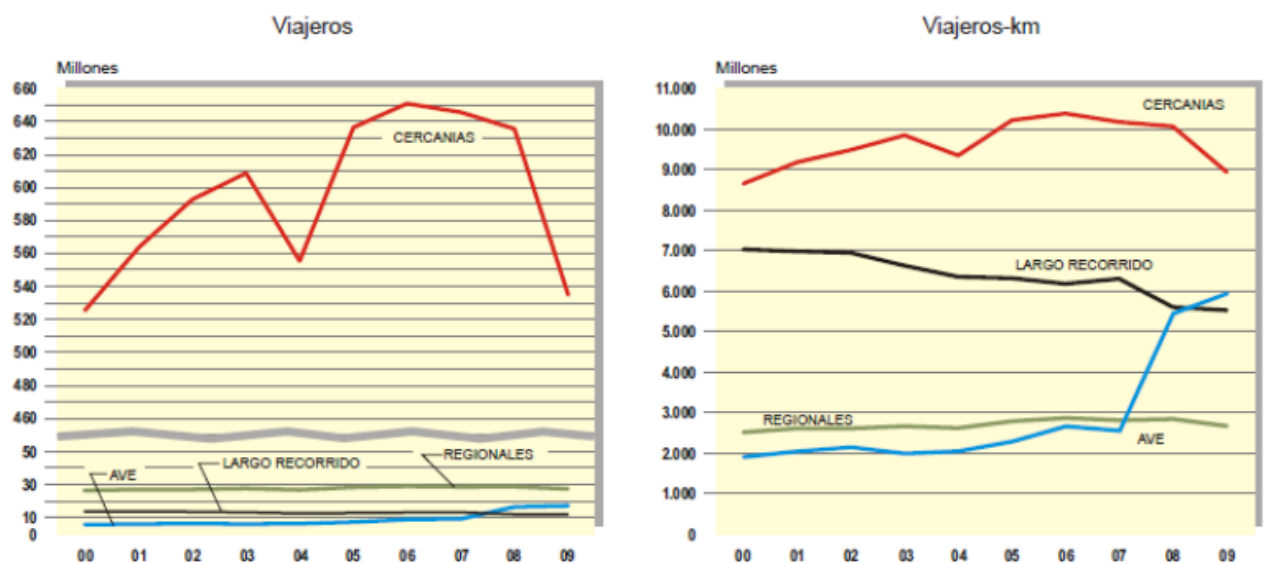


Figura 2.5. Evolución del transporte de viajeros: viajeros y viajeros-km según tipo de recorrido. 2000-2009, [1].

Analizando los gráficos anteriores se pueden sacar varias conclusiones importantes relacionadas con la evolución del número de usuarios del ferrocarril en los últimos diez años.

La primera idea que se puede destacar es que la aparición de sucesivas líneas de Alta Velocidad ha hecho que se reduzca el número de viajeros-km de líneas de Largo Recorrido. En particular, a partir del año 2007 esta crecida en el uso del AVE es mucho más acentuada posiblemente como consecuencia de la entrada en servicio de líneas importantes como la de Madrid –Barcelona.

Otro aspecto a tener en cuenta es la influencia que ha tenido la crisis económica que hizo aumentar el paro considerablemente en España a partir del año 2008-2009. Esto se puede ver reflejado en la gráfica de viajeros-km correspondiente al transporte en cercanías. El número de viajeros de cercanías se redujo notablemente, ya que el transporte en cercanías suele ser empleado en su mayoría para trasladarse hasta el lugar de trabajo correspondiente.



Por último, puede verse, que incluso con la aparición de la crisis económica, el AVE no se vio afectado por la misma y siguió aumentando el número de viajeros-km, aunque no de la misma manera con la que lo venía haciendo en años anteriores.

### 2.3.3. Indicadores económicos de los transportes y comunicaciones

El sector del transporte es un elemento económico básico en la medida en que posibilita el comercio y las relaciones interpersonales (económicas, sociales, culturales, etc...) y es un elemento muy importante en la vertebración del territorio, dado que organiza parte de los flujos e interconexiones que dan lugar a los sistemas territoriales.

El sector del transporte en España aporta al PIB más del 4% y presenta cifras en constante incremento, conforme aumenta la importancia del comercio y de las intercomunicaciones.

En el siguiente cuadro se presenta la evolución de la participación de los transportes y las comunicaciones en el PIB en los últimos años.

<b>AÑOS</b>	<b>Participación de los Transportes y las Comunicaciones en el PIB (%)</b>
2000	6,6
2001	6,7
2002	6,7
2003	6,6
2004	6,6
2005	6,2
2006	6,1
2007	6,1
2008	6,2
2009	6,3

Tabla 2.3. Evolución participación de los transportes en el PIB.,[1].





Otros indicadores económicos correspondientes a los transportes y a las comunicaciones y que están relacionados con el PIB, son el Valor Añadido Bruto (VAB) y la Formación Bruta de Capital Fijo (FBCF).

El **Valor Agregado Bruto (VAB)** o **Valor Añadido Bruto** es una magnitud macroeconómica que mide el valor añadido generado por el conjunto de productores de un país, en definitiva recoge los valores que se agregan a los bienes y servicios en las distintas etapas del proceso productivo.

A partir del valor añadido bruto de un país se obtiene fácilmente el PIB, con el que mantiene una estrecha relación, pues ambos están midiendo el mismo hecho. El PIB se obtiene después de añadirle al valor agregado del país los impuestos indirectos que gravan estas operaciones.

La **Formación Bruta de Capital Fijo (FBCF)** es un concepto macroeconómico utilizado en las cuentas nacionales, como el Sistema Europeo de Cuentas (SEC). Estadísticamente mide el valor de las adquisiciones de activos fijos nuevos o existentes menos las cesiones de activos fijos realizados por el sector empresarial, los gobiernos y los hogares (con exclusión de sus empresas no constituidas en sociedad).

En el análisis macroeconómico, la FBCF es uno de los dos componente del gasto de inversión, que se incluye dentro del PIB, lo que muestra cómo una gran parte del nuevo valor añadido en la economía se invierte en lugar de ser consumido.

En las siguientes gráficas se muestra cuál ha sido la evolución en los últimos años del VAP y del FBCF de los transportes y las comunicaciones:

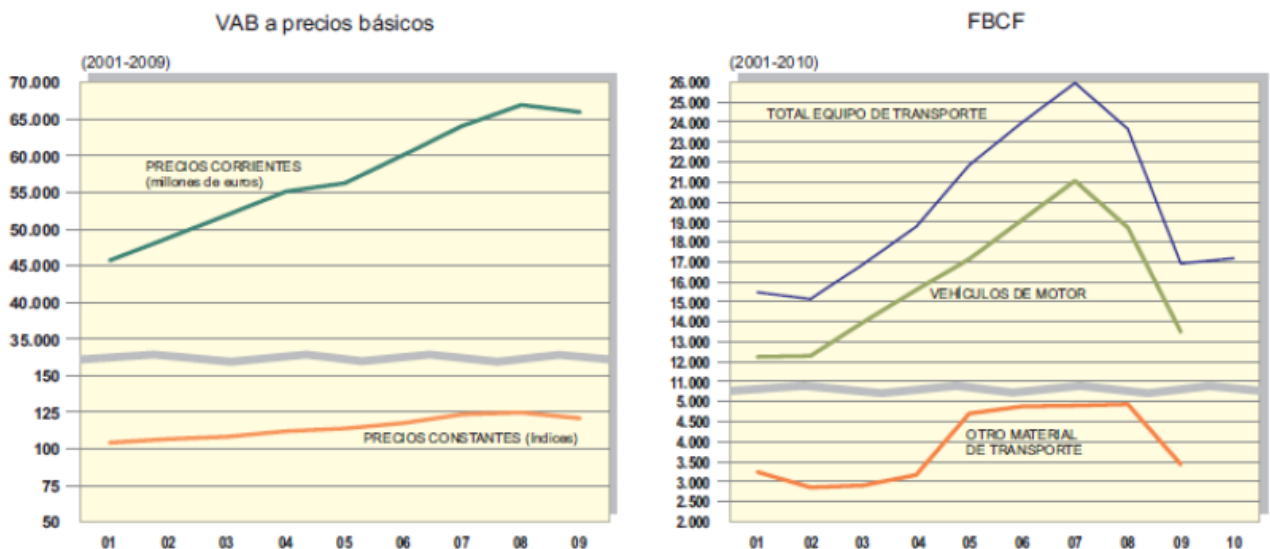


Figura 2.6. Evolución del VAB y FBCF de los transportes y las comunicaciones, [1].

Como puede verse en la figura anterior, el sector de los transportes es fundamental en el crecimiento económico de España, a pesar de que en los últimos años se haya experimentado un retroceso en dicho crecimiento debido a la crisis económica.



## 2.4. Consumo de energía en el sector del transporte

La participación del sector del transporte en el total del consumo de energía final para usos energéticos y no energéticos se situó en el año 2008 en el 39%, alcanzando los 39.326 ktep, un 3,4% menos que en 2007 (Figura 2.7).

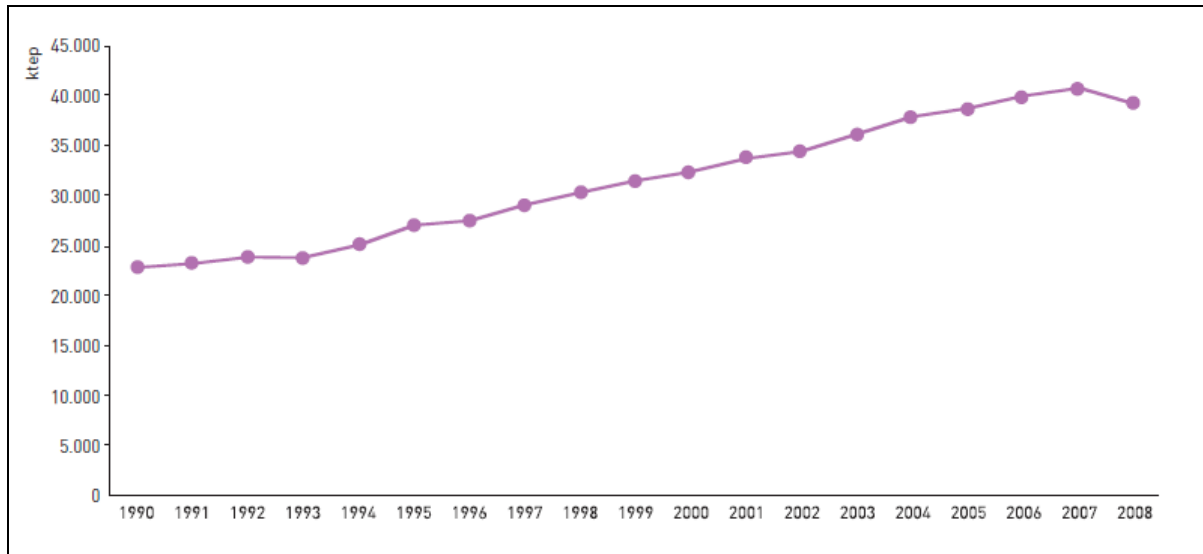


Figura 2.7. Evolución del consumo de energía final para transporte en España, [2].

De este consumo, la práctica totalidad se empleó en usos energéticos. Así, del total de la energía final para usos energéticos consumida en el sector del transporte (39326 ktep), un 98% correspondió a productos derivados del petróleo. (Figura 2.8).

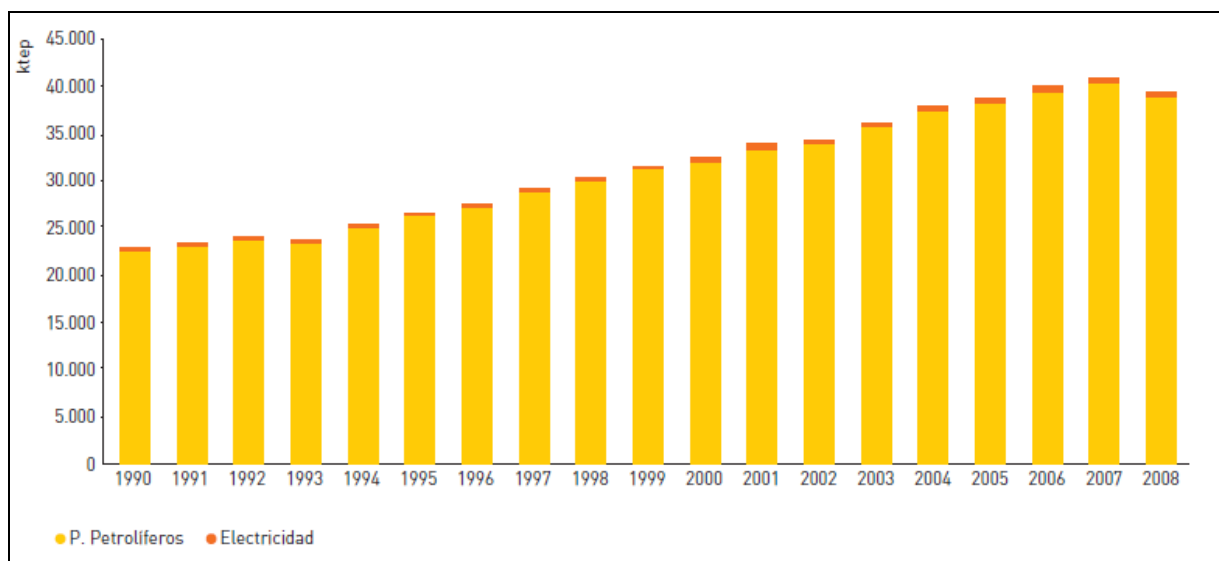


Figura 2.8 Evolución del consumo de energía final para transporte por tipo de combustible, [2].



El crecimiento del consumo para transporte de derivados del petróleo desde el año 2000 hasta el año 2008 fue del 21,7%. Los consumos de electricidad para transporte (apenas un 1,2% del total del consumo energético) crecen a medida que lo hacen los tráficos por ferrocarril. En concreto, aumentaron un 32,3% en el periodo 2000-2008 (Figura 2.8).

En 2008, el transporte por carretera fue el modo predominante en los que se refiere a consumo de energía, representando un 79,5% del consumo de energía final para transporte. A continuación se situó el transporte marítimo (14%) que multiplicó casi cuatro veces el consumo del año anterior. El transporte aéreo con alrededor del 4% y el de ferrocarril con el 2,8%, fueron los modos de transporte con un menor porcentaje de representación. (Tabla 2.4)

<b>MODO</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>
<b>CARRETERA</b>	32.453	31.475
<b>FERROCARRIL</b>	1.192	1.135
<b>AÉREO</b>	5.753	1.502
<b>MARÍTIMO</b>	1.397	5.493
<b>TOTAL</b>	<b>40.795</b>	<b>39.605</b>

Tabla 2.4. Consumo de energía final para transporte en España (Ktep) 2007-2008, [3].



Por tipo de combustible, el gran peso del transporte por carretera en el total de los consumos energéticos se traduce en una elevada repercusión de los consumos de gasolinas y gasóleos en la demanda energética del sector. (Tabla 2.5).

<b>CARRETERA</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>
GASOLINA	6.817	7.130
DIESEL	25.207	24.029
GLP	43	45
ELECTRICIDAD	0	0
<b>FERROCARRIL</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>
DIESEL	719	670
FUEL OIL	0	0
ELECTRICIDAD	473	465
<b>AÉREO</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>
JET FUELS	5.472	1.500
GASOLINA	11	3
<b>MARÍTIMO</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>
DIESEL	1.179	4.834
FUEL OIL	218	659

Tabla 2.5. Consumo de energía final para transporte por modos y combustible (Ktep) 2007-2008, [3].





# Capítulo 3

## Electrificación ferroviaria

### 3.1. Aspectos generales

En este apartado se va a describir en qué consiste la electrificación de líneas ferroviarias así como su estructura, los elementos que la componen, sus funciones y los diversos sistemas existentes.

Se entiende por electrificación ferroviaria al conjunto de las instalaciones que hacen posible que la energía eléctrica llegue al material móvil [4], con la potencia necesaria, para que éste pueda alcanzar las prestaciones para las que ha sido diseñado, dentro de los criterios de explotación prescritos.

En un sistema de electrificación ferroviario pueden considerarse los elementos fundamentales siguientes:

- Fuentes de energía o centrales de generación de energía eléctrica.
- Líneas eléctricas de transporte en alta tensión.
- Subestaciones de tracción eléctrica, tanto para sistemas de corriente alterna como continua.
- Línea Aérea de Contacto (catenaria) y sus sistemas o elementos asociados.
- Feeders o cables de alimentación entre la subestación de tracción y la línea aérea de contacto y circuito de retorno.
- Componentes propios del material rodante motor, principalmente pantógrafos y motores eléctricos de tracción.



En el esquema de la figura 3.1 se representa la disposición de los elementos anteriormente mencionados del sistema eléctrico ferroviario, así como los valores más frecuentes de las tensiones nominales que se dan en la tracción eléctrica en España tanto en corriente continua como en corriente alterna:

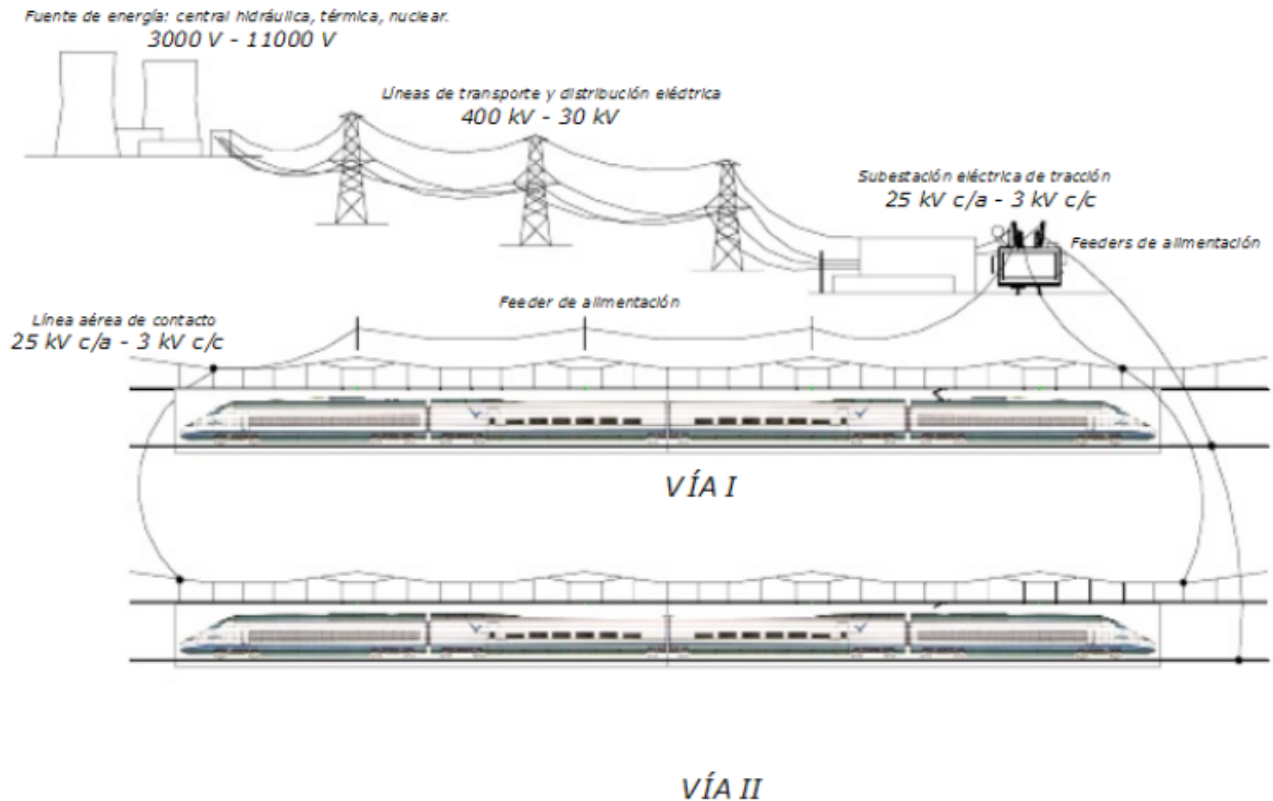


Figura 3.1 Esquema sistema eléctrico ferroviario.

## 3.2. Estructura

Desde un punto de vista eléctrico, la línea de ferrocarril se haya dividida en tramos eléctricamente separados los unos de los otros por tramos sin alimentación que reciben el nombre de zonas neutras. Las zonas neutras han de colocarse en zonas lo más llanas posibles, de forma que el tren no pierda excesiva velocidad en el tramo sin tensión y pueda desplazarse por la propia inercia que lleva el material rodante.

Cada uno de estos tramos es alimentado desde la red trifásica de alta tensión a través de una subestación de tracción. Generalmente, una misma subestación de tracción suele alimentar a dos de estos tramos, denominados cantones, a partir de cada uno de los transformadores de potencia. Se define cantón como cada uno de los tramos de la línea separado eléctricamente del otro.



Si un tren circula con varios pantógrafos subidos y éstos se encuentran conectados eléctricamente, la distancia que ha de existir entre los dos más lejanos tiene que ser menor que la longitud de la zona neutra pues de lo contrario se podría conectar las catenarias de diferentes fases produciendo un cortocircuito. Un valor aproximado de la longitud de zona neutra en alta velocidad es de 400 m, según el valor indicado en las Especificaciones Técnicas de Interoperabilidad (ETIe), aunque en la línea Madrid-Barcelona-Francia es de 192 m.

Si bien en la actualidad los sistemas de corriente continua no necesitan de este tipo de estructura, pudiéndose conectar las subestaciones de tracción en paralelo, antiguamente en España se realizaba una alimentación en corriente continua de 1500 Vcc. De manera que cuando se comenzó a introducir la tensión a 3000 Vcc se dio el caso de líneas férreas en las que coexistieron ambas tensiones teniendo también que proyectar zonas neutras o “zonas de separación de tensiones”. Cabría destacar que en la línea de alta velocidad Madrid-Sevilla han existido dos zonas de separación de tensiones en las inmediaciones de las estaciones de Madrid-Puerta de Atocha (aún hoy operativa) y Sevilla-Santa Justa (desaparecida hace tiempo). Estas zonas separan tensiones de 3000Vcc (tensión de las estaciones) y 25 kV en corriente alterna (tensión de la línea).

### 3.3. Subestaciones de tracción

La subestación de tracción es la instalación en la que se realiza la conexión de los tramos de la electrificación a la red trifásica de transporte. Para ello se realiza la transformación de tensiones desde los niveles de la red trifásica de transporte a los niveles de catenaria, con previa rectificación en los sistemas de corriente continua.

La conexión de la subestación de tracción a la red trifásica correspondiente se realiza mediante una línea aérea que conecta la subestación de tracción a una subestación de transporte de red.

Generalmente las subestaciones de tracción presentan una topología en barra simple, dicha topología proporciona un coste inferior al de otras opciones, a la vez que proporciona una flexibilidad de operación suficiente a la subestación. No obstante, en aquellos casos en los que se alimente a varias líneas desde una misma subestación, es aconsejable el uso de topologías más complejas (en anillo o en barra). En algunos casos, si se desea optimizar el espacio utilizado o por facilidades de mantenimiento o control, es posible reunir la subestación de tracción y la de transporte o distribución en una misma instalación.





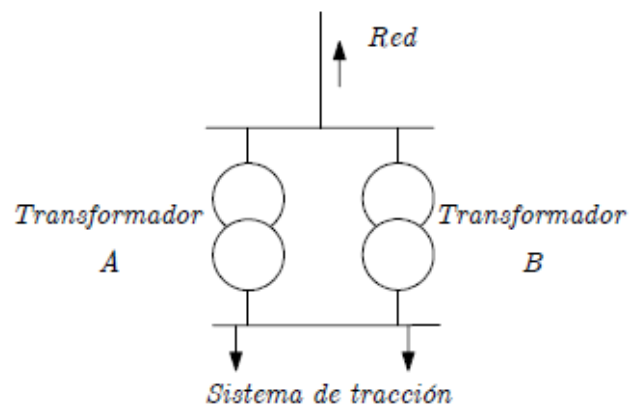


Figura 3.2 Esquema subestación con topología barra simple

Las subestaciones de tracción se controlan desde el centro de control mediante un sistema de telemando. Esto permite realizar maniobras en varias subestaciones de tracción de forma coordinada, para adaptar la topología de la electrificación a las necesidades.

En la subestación de tracción se instalan además instrumentos de medida, así como los elementos de protección necesarios para garantizar la seguridad de la instalación frente a elevadas subidas de tensión o de corriente (cortocircuitos).

### 3.3.1. Tipos de subestaciones de tracción

En España existen dos tipos de estructuras de electrificación ferroviaria:

- Sistemas de electrificación que alimentan al material rodante con **corriente continua**.
- Sistemas que alimentan con **corriente alterna**.

Esta clasificación de los sistemas de electrificación tiene como consecuencia inmediata la existencia de dos tipos principales de subestaciones eléctricas de tracción: Subestaciones eléctricas para sistemas de corriente continua y subestaciones para sistemas en corriente alterna [5].

Los niveles de tensión en cada uno de los tipos anteriores presentan algunas variantes que afectan particularmente a la aparamenta y a los niveles de aislamiento utilizados (mayores en las subestaciones de corriente alterna). Por lo general, el funcionamiento de una subestación de corriente continua es más complejo que el correspondiente a una subestación de corriente alterna.



### 3.3.1.1. Subestación de tracción de corriente continua

La corriente continua es adecuada para tracción ferroviaria debido a una serie de características favorables que reúne el motor serie: fuerte par de arranque, multiplicidad de marchas económicas, fácil regulación, etc. Sin embargo, la corriente alterna tiene algunas ventajas como facilidad de producción, facilidad de modificación de sus tensiones con buen rendimiento y posibilidad de transportarla a grandes distancias con pérdidas prácticamente despreciables.

Con objeto de conseguir combinar las ventajas de la corriente continua y la alterna, se instalan a lo largo de la línea ferroviaria, subestaciones rectificadoras. La función de estas subestaciones rectificadoras es la de tomar la energía alterna de las líneas de distribución y transporte y convertirla en corriente continua. Ésta es dirigida a las líneas aéreas de contacto del ferrocarril (a través de los feederes de alimentación) siendo captada por el material rodante a través de sus pantógrafos. Por tanto, dentro de una subestación de corriente continua se destacan dos instalaciones claramente diferenciadas:

- **Subestación trifásica de corriente alterna:**

Es una subestación trifásica que **es alimentada por la red de corriente alterna** que forma parte del mismo conjunto constructivo que el de la **propia subestación de tracción**. Los elementos fundamentales de los que consta la subestación trifásica de tracción son:

- Aparataje de potencia: interruptores, seccionadores, transformadores de medida y de protección, pararrayos autoválvulas, etc.
- Transformadores de potencia especiales para rectificación.
- Sistemas de servicios auxiliares en baja tensión alterna
- Sistemas rectificador-batería para, mando y control.
- Sistemas de control de protección y medida.
- Sistemas de telemando y teleseñal.



- **Subestación trifásica de corriente continua:**

La subestación de tracción propiamente dicha es la encargada de suministrar energía al material rodante por medio de la línea aérea de contacto. Los elementos necesarios en la subestación de corriente continua son:

- Rectificadores de potencia, los cuales transforman la señal alterna en continua
- Aparataje unipolar de potencia para corriente continua: interruptores, seccionadores, transductores para medida y protección, pararrayos autovalvulares, etc. Todos estos elementos forman los conjuntos de entrada a los grupos rectificadores, salidas de alimentación a feeders, etc.
- Sistemas de tensión especiales para señales de vía (control de tráfico).
- Sistemas de puesta a tierra y vigilancia de la misma.
- Sistemas de comprobación de fallo en la catenaria.
- Sistemas de control integrado, protección y medida.
- Sistemas de telemando y teleseñal.



Figura 3.3. Subestación de tracción RENFE

### 3.3.1.2. Subestación de tracción de corriente alterna

En este tipo de subestaciones, la disposición es muy similar que en el caso anterior. La diferencia está fundamentalmente, en que en este caso no es necesaria la conversión de corriente en alterna a corriente en continua, sino que la tensión alterna proveniente de la red que es absorbida se transforma a otros niveles de tensión adecuados pero también en alterna. Podemos distinguir dos instalaciones:



- **Subestación trifásica de alimentación:**

A diferencia de la subestación trifásica de alimentación del caso continuo, que pertenecía al gestor del ferrocarril, en este caso, la **subestación trifásica de alimentación** forma parte de un conjunto constructivo independiente. La propiedad y competencia de explotación y mantenimiento corresponde a la empresa suministradora, que en el caso de España es REE.

Los elementos necesarios de la subestación trifásica de alimentación son:

- Aparamenta de potencia: interruptores, seccionadores, transformadores de medida y protección, pararrayos autoválvulas en caso de sobretensión, que REE o la empresa suministradora considere imprescindibles para la seguridad del suministro y calidad del servicio.
- Sistema de coordinación de protecciones y telemando necesarios para la explotación de elementos comunes.

- **Subestación de tracción:**

Esta subestación es la encargada de suministrar energía a los trenes. El elemento principal del recinto es el transformador de potencia reductor de tensión, el cual establece la existencia de dos circuitos eléctricos independientes a través de sus dos devanados, cada uno con su apartamenta propia. Existen por tanto un circuito eléctrico con muy alto nivel de tensión (MAT), 400 KV, o alto nivel de tensión (AT) por lo general 220 o 132 KV, que se encuentra conectado al primario del transformador y que suele ir formado por aparellaje bipolar de potencia para corriente alterna (interruptores, seccionadores, transformadores de medida y protección, etc.).

El circuito eléctrico del devanado secundario será el de tracción. El nivel de tensión tendrá por lo general unos valores de **25 ó 50 KV** a una frecuencia industrial de 50 Hz. Los elementos que dispones este circuito son:

- Aparellaje monopolar o bipolar de alimentación al feeder de catenaria, así como apartamenta de enlaces o acoplamiento de barras y para servicios auxiliares (como puede ser la iluminación de la propia instalación).
- Sistemas de control de protección y medida.
- Sistemas de puesta a tierra y vigilancia de la misma.
- Sistemas de telemando.



## 3.4. Sistemas de electrificación

La distinción de los distintos tipos de electrificación se realiza a partir del tipo de corriente suministrada al material móvil:

- Electrificación en corriente continua.
- Electrificación en corriente alterna.

En España, las tensiones de electrificación para líneas de larga distancia son de 3000 V en corriente continua y 25 kV en corriente alterna.

### 3.4.1. Sistemas de electrificación en corriente continua

El principio de diseño está basado en la utilización del mejor motor de tracción existente en el momento de su desarrollo (el motor de corriente continua), condicionando al resto del sistema.

Las líneas de alimentación derivan directamente de la red eléctrica nacional, siendo acondicionada y transformada la tensión de alimentación en la subestación de tracción. Estas subestaciones están formadas por grupos rectificadores, y espaciadas aproximadamente entre 10 y 20 km, dependiendo del tráfico y del perfil de la vía.

La línea aérea de contacto es de sección elevada, pues la potencia demandada por la tracción y las bajas tensiones de alimentación obligan a tener elevadas intensidades de suministro.

#### 3.4.1.1. Sistema 1x3000Vcc

El sistema 1x3000 Vcc es el sistema más simple y comúnmente utilizado en líneas convencionales en España [6]. Como su nombre indica está alimentado por una única línea aérea de contacto de 3000 Vcc. Tiene el inconveniente de las intensidades de circulación y de las importantes caídas de tensión que resultan.

Para mejorar estas características se suele recurrir en la actualidad a las siguientes soluciones:

- La utilización del feeder positivo.
- En tramos de doble vía, la conexión en paralelo de la catenaria de ambas vías.
- La instalación de nuevas subestaciones intermedias.



En los casos en que la utilización de feeder positivo o a la conexión en paralelo de las vías no sea suficiente, se debe recurrir a la tercera solución que consiste en la disminución de la distancia entre subestaciones. Esta solución no siempre es aplicable dependiendo de la disponibilidad de conexión a la red eléctrica de la compañía suministradora.

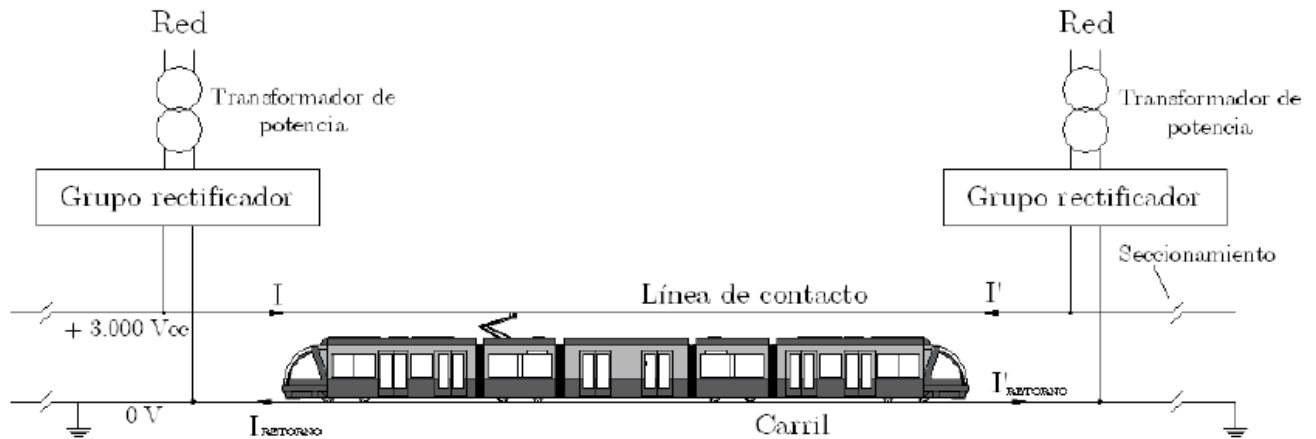


Figura 3.4. Esquema sistema electrificación en C.C. 1x3000Vcc.

En este sistema, la catenaria está seccionada en tramos o cantones eléctricos, definidos por el seccionamiento de la línea. Cada cantón está alimentado por dos grupos transformadores-rectificadores de tracción, como se puede ver en la figura. Estos rectificadores son unilineales ya están basados en diodos. La alimentación de la línea es bilateral, o sea que el tren recibe su corriente de las dos subestaciones que le rodean.

### 3.4.1.2. Sistema 2x3000Vcc

Se está estudiando la implementación de este sistema ya que permite aumentar la distancia entre subestaciones respecto al sistema convencional, que para el caso de las líneas convencionales en España es de 1x3000 Vcc.

Dentro de las características más importantes del sistema 2x3000 Vcc, se destaca que el feeder negativo es llevado a un potencial diferente que la catenaria y su alimentación se realiza a través de nuevos grupos transformador-rectificador instalados en la subestaciones existentes. La corriente retorna por el feeder negativo y, parcialmente, por el carril.

Por cada tramo de línea, el sistema se completa con, al menos, un convertidor continua/continua. Gracias a éste, una parte de la energía es transportada a una tensión el doble que la tensión de catenaria. Esto hace que, en algunas secciones del circuito, la corriente sea más baja que en la solución clásica de refuerzo mediante feeder positivo, las caídas de tensión son minimizadas y el rendimiento mejora.



En consecuencia el material móvil de las líneas electrificadas a 2000 Vcc podrá trabajar indistintamente en los dos sistemas indicados: 1x3000 Vcc y 2x3000 Vcc.

El sistema 2x3000 Vcc se encuentra en fase de experimentación, y su desarrollo ha sido impulsado por la necesidad de una solución alternativa en tramos de alta frecuencia de circulación y fuerte demanda energética, y donde las soluciones convencionales son difícilmente implementables. En este sentido, no se trata de un sistema de electrificación propiamente dicho.

En la tabla siguiente se resume la comparación entre los dos sistemas de corriente continua:

	<b>1x3000 Vcc</b>	<b>2x3000 Vcc</b>
<b>Líneas de alimentación</b>	Tensión $\leq 66$ kV No se producen desequilibrios en la red	Tensión $\leq 66$ kV No se producen desequilibrios en la red
<b>Subestaciones</b>	Simples con 1 ó 2 grupos rectificadores dodecafásicos	Complejas con 1 ó 2 grupos rectificadores dobles ( $\pm 3$ kV) Salidas feeder con doble circuito
<b>Distancias entre subestaciones</b>	10 a 20 km	20 a 30 km
<b>Equipamientos especiales</b>	No necesarios	Extrarrápidos con capacidad de corte ante defectos entre la catenaria y el feeder negativo Equipos convertidores CC/CC
<b>Composición catenaria</b>	Sustentador de línea aérea de contacto y 1 hilo de contacto Feeder positivo	Sustentador de línea aérea de contacto y 2 hilos de contacto Feeder positivo Feeder negativo
<b>Protecciones</b>	Riesgo de corrosión en estructuras metálicas enterradas	Riesgo de corrosión en estructuras metálicas enterradas
<b>Robustez y fiabilidad del sistema</b>	Sistema con gran número de instalaciones en funcionamiento	No existen instalaciones que puedan dar información sobre la robustez y fiabilidad de este sistema

Tabla 3.1. Comparativa entre los sistemas de 1x3000V y 2x3000V.



### 3.4.1.3. Conclusiones sistema electrificación en CC.

En el sistema de electrificación para alta velocidad se requieren de elevadas potencias; por tanto, es necesario aplicar unos niveles de tensión suficientemente altos en la catenaria, para conseguir limitar las caídas de tensión, y disminuir la densidad de corriente en los conductores.

Por otro lado, y desde el punto de vista del binomio catenaria pantógrafo, para poder obtener una corriente de calidad, es necesario que la catenaria sea ligera. Esto es, trabajar con unos conductores con el menor peso posible, lo cual requiere que su sección conductora sea la mínima necesaria. Para ello, como se ha dicho anteriormente, es necesaria una tensión elevada, porque de lo contrario, para poder cubrir la fuerte demanda de potencia que requiere la alta velocidad serían necesarias unas secciones de los conductores que harían aumentar mucho el peso de la catenaria.

Por tanto, una vez analizados los dos sistemas de electrificación en corriente continua a 1x3000 Vcc y 2x3000 Vcc, se establece que para una línea de alta velocidad no es técnicamente posible el empleo de la corriente continua a 1x3000 Vcc. Algunos de los motivos son los siguientes:

- La tensión en continua no puede proporcionar la potencia suficiente a desarrollar por el material tractor.
- Exigiría de unas secciones de catenaria enormes.
- Se requerirían pantógrafos con mesilla muy superior a la actual que los harían muy pesados.
- La separación entre subestaciones tendría que ser muy pequeña.
- Grandes pérdidas en una línea ferroviaria de gran longitud.
- Gran número de instalaciones en funcionamiento.

Así como también se descarta el uso del sistema 2x300 Vcc por:

- Desconocerse su robustez y su fiabilidad.
- La dificultad del suministro de equipos con los requisitos técnicos necesarios, así como sus posibles inconvenientes.





### 3.4.2. Sistemas de electrificación en corriente alterna

Como se ha mencionado anteriormente, debido a la elevada potencia que demandan los trenes de alta velocidad, es necesario alimentar la catenaria con la máxima tensión posible al objeto de reducir la corriente demandada por los trenes.

La normativa europea ferroviaria (ETI) establece como valores usuales de diseño 15 kVca y 25 kVca de tensión de alimentación al material rodante. La electrificación en corriente alterna a 25 kVca es la más utilizada en líneas de ferrocarril de alta velocidad [7].

No obstante, en Alemania se sigue alimentando las líneas a 15 kVca. La frecuencia industrial usual es de 50 Hz, aunque en algunas líneas de alta velocidad en Japón y Corea del Sur se emplean los 60 Hz.

En términos generales, el sistema de electrificación monofásico de corriente alterna consta de:

- Alimentación de las subestaciones de tracción mediante dos fases del sistema trifásico de la red de transporte de alta tensión primaria. Preferiblemente a tensión eléctrica igual o superior a 220 kV.
- Sistema de subestaciones equipadas con transformadores con regulación automática de tensión de salida a catenaria en función de la carga monofásica y por fluctuación de la tensión primaria.
- Alimentación de catenaria en corriente alterna monofásica con tensión de 25 kV respecto al carril y frecuencia industrial de 50 Hz.
- Instalación de puestos de puesta en paralelo de las líneas aéreas de contacto, en el caso de doble vía.
- Cada sección de línea aérea de contacto, alimentada por una subestación, se aísla eléctricamente de la subestación colateral mediante una zona neutra de separación entre fases eléctricas, que se suele ubicar equidistante de aquellas.

El sistema de electrificación ferroviaria para el desarrollo de la alta velocidad plantea una serie de problemas, derivados de la elevada potencia requerida y de la captación de la corriente.

En cuanto a la elevada potencia instalada requerida:

- Cuanta más velocidad de circulación, mayor potencia necesaria.
- Potencia total instalada por tren 10-12 MW.
- La velocidad efectiva de circulación es prácticamente la permitida por la potencia instalada.



En cuanto a la elevada corriente requerida:

- La necesidad de optimizar el contacto entre el pantógrafo y la catenaria y, por tanto la necesidad de una línea aérea de contacto de reducida masa lineal.
- Binomio potencia demandada-límite de corriente de circulación; sólo satisfecho por los sistemas de electrificación ferroviaria con tensiones de alimentación elevadas.

Las alternativas tecnológicas que existen en la actualidad a la corriente continua son las siguientes en sistemas de electrificación a 25 KV:

- Electrificación monofásica 1x25 KV simple.
- Electrificación monofásica 1x25 KV con cable de retorno.
- Electrificación bifásica 2x25 KV.

El sistema 1x25 kV fue el predominante en los inicios de la electrificación a 25 kVca y 50 Hz. Como referencia sirva la empresa SNFC, que electrificó la línea LGV Sud-Est (París-Lyon) con este sistema. En España, se tiene el precedente de la línea de alta velocidad Madrid-Sevilla también a 1x25 kVac.

Con el transcurso del tiempo, este sistema ha ido dejando paso al 2x25 kV, hasta llegar a ser la tendencia predominante en Europa en la actualidad, debido a las ventajas en términos de reducción de las corrientes circulantes en catenaria (disminución de las pérdidas de potencia y de las caídas de tensión) y de reducción de las perturbaciones electromagnéticas generadas en el entorno.

### **3.4.2.1. Sistemas de electrificación monofásico 1x25 kV simple**

Este sistema de electrificación es el más básico en corriente alterna a 25 KV. Se utiliza por ejemplo en la Línea de Alta Velocidad Madrid-Sevilla.

Las subestaciones de tracción de este sistema disponen de transformadores monofásicos de relación AT/25 KV, que están conectados a una red de muy alta tensión, debido a la necesidad de alta potencia de cortocircuito y alta fiabilidad en el suministro. Típicamente se conectan a redes de 220 KV ó 400KV. Estas subestaciones de tracción se instalan a lo largo de la línea férrea separadas del orden de 35 km.



En los puntos intermedios entre dos subestaciones, también existirán zonas neutras de separación de fases, para separar eléctricamente los tramos alimentados por transformadores de subestaciones diferentes (zona neutra inter-subestaciones). Se evita situar las zonas neutras en pendientes, para que los vehículos puedan atravesarlas por inercia sin disminuir en exceso su velocidad.

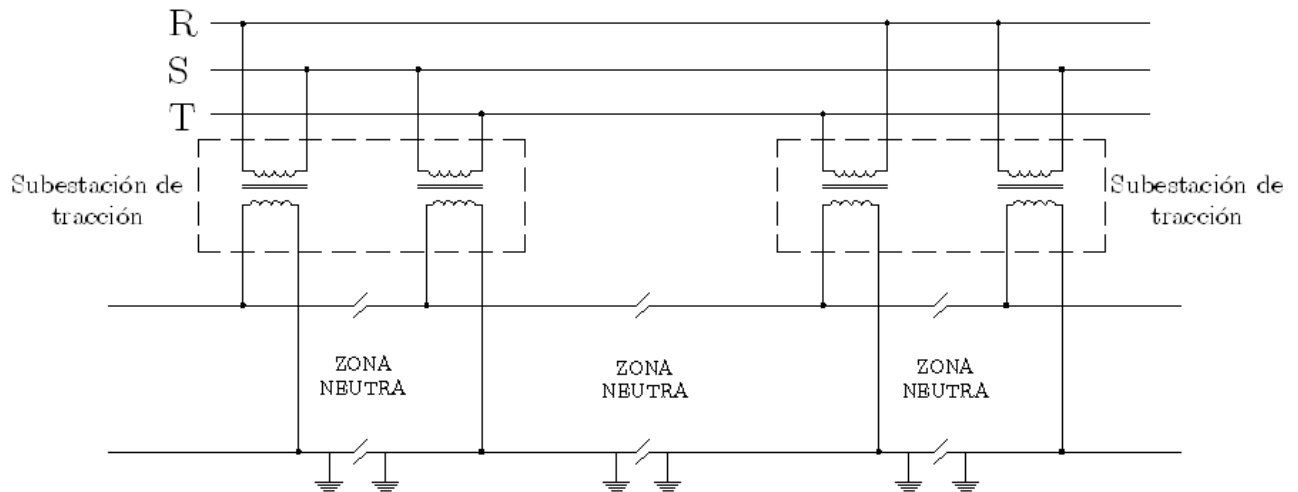


Figura 3.5. Zona neutra inter-subestaciones.

El número de transformadores monofásicos que normalmente suele disponer la subestación de tracción es de dos, que alimentan cada uno un lado de la **zona neutra**. Cada transformador suele tener típicamente una potencia máxima estimada de 30 MVA, con entrada en alta tensión monofásica, que pueden ir conectados al lado alta tensión a distintas fases eléctricas de la red trifásica.

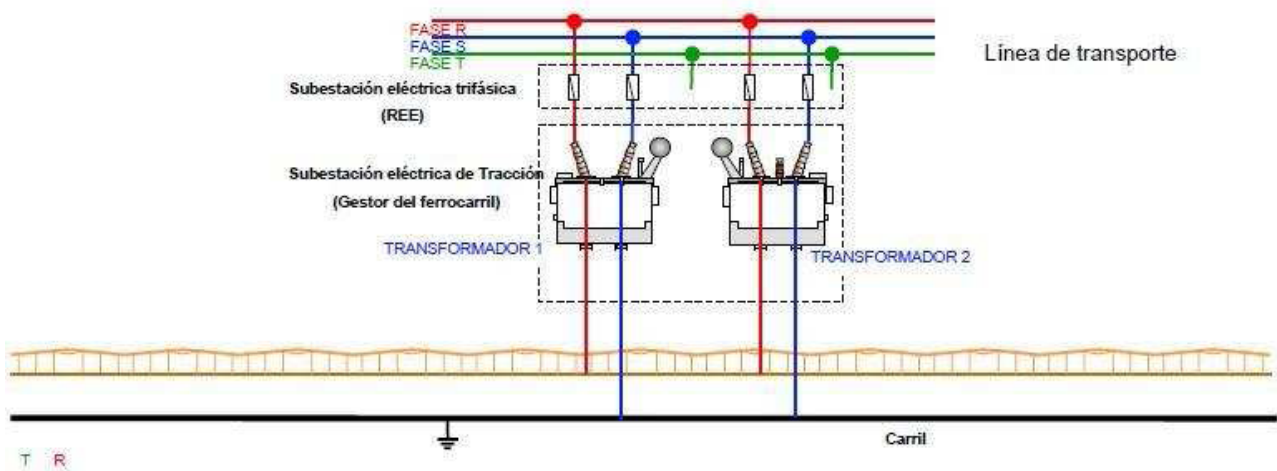


Figura 3.6. Transformadores de la subestación de tracción.

Se intenta que el desequilibrio generado a la red sea el mínimo posible. De este modo, en cada subestación existe una zona neutra de separación de fases (zona neutra de subestación), de longitud superior a 200m, para evitar que los vehículos puedan cortocircuitar la catenaria con los pantógrafos delantero- posterior.

Cada vehículo que circule por la línea estará alimentado en cada instante por la fase (R, S, T) del transformador que corresponda. La zona de influencia de un transformador es la delimitada entre su subestación y la zona neutra. A partir de ese punto, el vehículo pasará a estar alimentado con otra fase, la del transformador de la siguiente subestación.

El retorno de corriente se realiza mayoritariamente a través de los carriles de rodadura. Se calcula que aproximadamente el 70% de la corriente retorna por el carril, un 10% lo hace por capas profundas del terreno y un 20% por capas superficiales, pudiendo penetrar de nuevo en los carriles. Esta corriente de difusión al terreno puede provocar perturbaciones electromagnéticas en las comunicaciones próximas al trazado ferroviario.

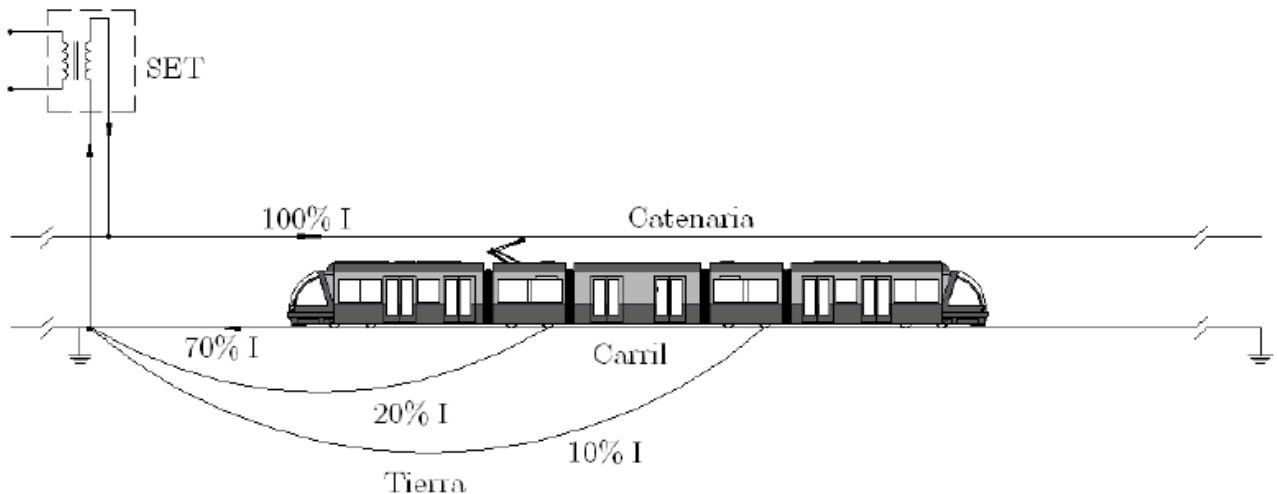


Figura 3.7. Retorno de la corriente.



### 3.4.2.2. Sistemas de electrificación monofásico 1x25 kV con cable de retorno

Esta configuración es una variante de la anterior como solución al problema citado de las perturbaciones electromagnéticas en las comunicaciones.

Básicamente, en lo que consiste esta alternativa es en añadir un cable de retorno paralelo a la vía. Se trata de un conductor desnudo, unido a la vía tanto mecánica como eléctricamente. Se consigue que la corriente de retorno se reparta a partes iguales: aproximadamente un 40% de la corriente retorna por el carril y otro 40% por el conductor. Únicamente un 20% retorna por el terreno, evitando en gran parte las perturbaciones electromagnéticas provocadas por el sistema 1x25 KV.

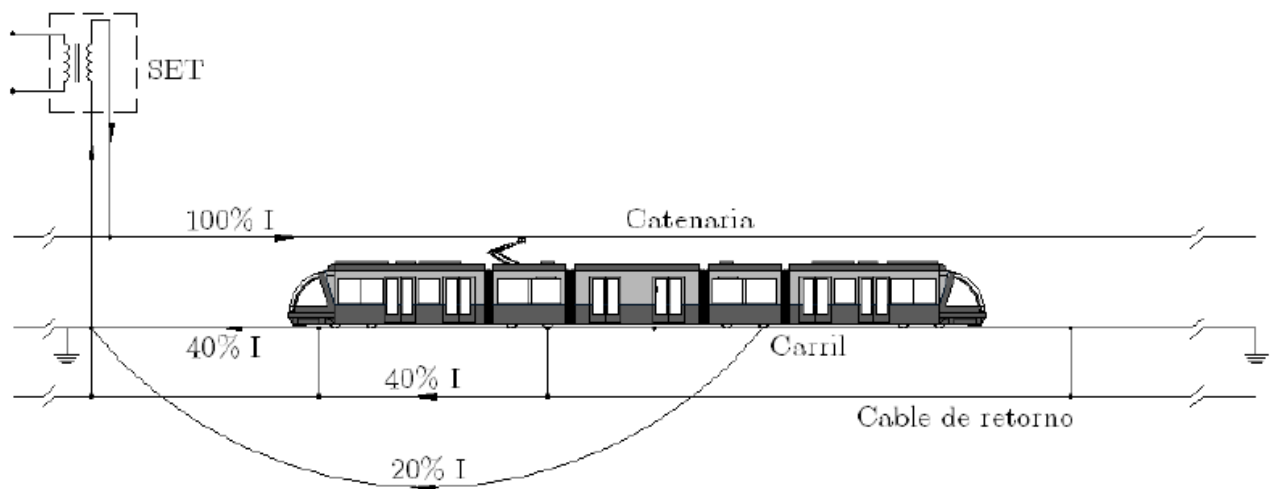


Figura 3.8. Esquema sistema electrificación monofásico 1x25 kV con cable de retorno.

### 3.4.2.3. Sistemas de electrificación bifásico 2x25 kV

El sistema 2x25 kVca, también denominado sistema bifásico en corriente alterna, supone una sofisticación tecnológica importante respecto al 1x25 kVca, ya que soluciona algunos de sus principales inconvenientes, y se está convirtiendo en la opción más utilizada a nivel internacional.

Las subestaciones de tracción en este sistema disponen de transformadores bifásicos de relación AT/ 2x25 KV, conectados a una red eléctrica de Muy Alta tensión (220 KV ó 400 KV). El secundario de los transformadores tiene tres tomas: las dos extremas se conectan una a la catenaria y la otra al denominado “feeder negativo”, mientras que la toma central se conecta a la vía y a tierra. Esta conexión a tierra hace que en las tomas extremas aparezcan unas tensiones de  $\pm 25$  KV, es decir tensiones de 25 KV desfasadas  $180^\circ$  eléctricos.



Los vehículos de las líneas electrificadas a 2x25 KV están alimentados desde la catenaria, a +25KV, de forma que los vehículos que funcionen a esta tensión podrán trabajar indistintamente en sistemas 1x25 KV ó 2x25 KV.

En la subestación se dispone típicamente de dos transformadores que alimentan uno a cada lado de la zona neutra. En los puntos intermedios entre dos subestaciones, también existirán zonas neutras de separación de fases, para separar eléctricamente los tramos alimentados por transformadores de subestaciones diferentes (zona neutra).

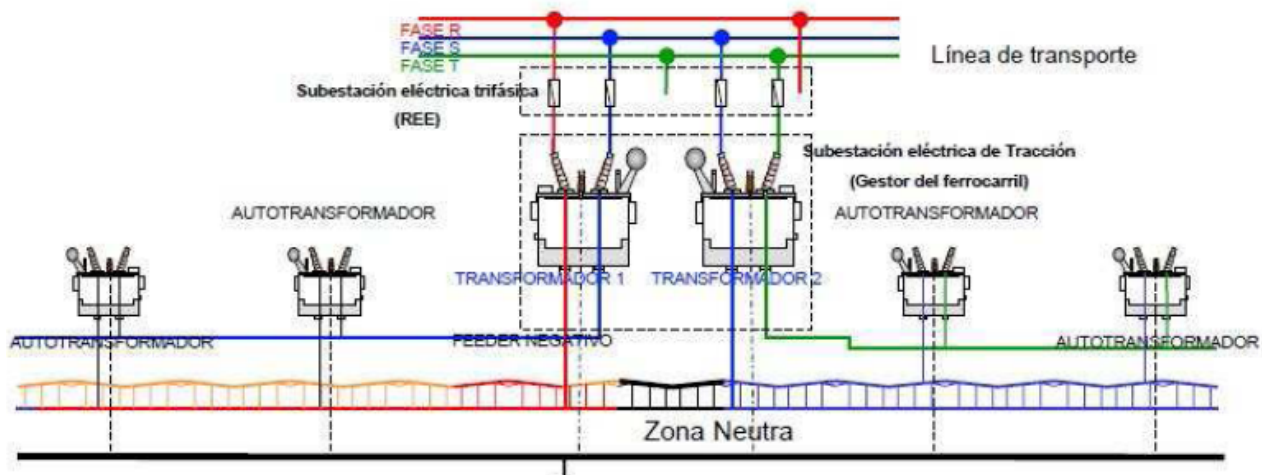


Figura 3.9. Esquema sistema electrificación bifásico 2x25 kV.

De esta forma, se intenta que el desequilibrio generado a la red de alta tensión sea el mínimo posible. A este efecto, a la altura de cada subestación existe una zona neutra de separación de fases, de longitud superior a 200 m, para evitar que los vehículos puedan cortocircuitar la catenaria con los pantógrafos delantero posterior (zona neutra de subestación).

Se evita situar las zonas neutras en pendientes, para que los vehículos puedan atravesarlas por inercia sin disminuir en exceso su velocidad.

Cada vehículo que circule por la línea estará alimentado en cada instante por la fase (R, S, T) del transformador que corresponda. La zona de influencia de un transformador es la delimitada entre su subestación y la zona neutra. A partir de ese punto, el vehículo pasará a estar alimentado con otra fase, la del transformador de la siguiente subestación.

En el sistema 2x25 KV son necesarios una serie de centros de autotransformación distribuidos a lo largo del trazado, normalmente cada 10-12 Km. Las tomas de los autotransformadores se conectan los extremos a la catenaria y al feeder negativo, y la toma media al carril y a tierra.

La función de estos centros de autotransformación es redistribuir las corrientes de retorno que penetran por la toma media de los autotransformadores hacia el feeder negativo, el cual se convierte así en el cable de retorno de la corriente principal.



Dependiendo de su posición, los centros de autotransformación serán de tipo “intermedio” los que estén en un punto intermedio de un cantón, o de tipo “final” cuando se encuentren situados en zona neutra de separación de fases intersubestaciones.

El efecto de la circulación de corriente entre la toma media y el feeder negativo es una inducción de tensión entre la toma media y la catenaria. La consecuencia inmediata es que la tensión de catenaria se mantiene en niveles altos.

Otra consideración importante es que el sistema funciona en este caso a 50 KV, por lo que a igualdad de potencia demandada por los vehículos, la corriente que circula por la catenaria se reduce prácticamente a la mitad y las subestaciones de tracción pueden distanciarse el doble que en un sistema 1x25 KV.

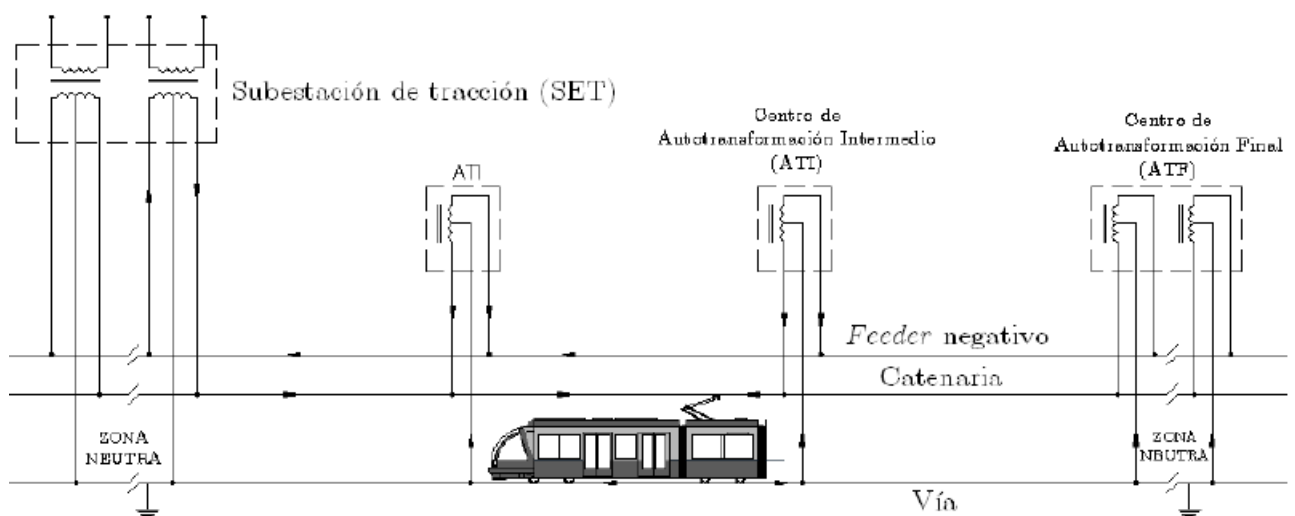


Figura 3.10. Esquema sistema electrificación 2x25 kV incluyendo autotransformadores

### 3.5. Análisis comparativo entre los sistemas de electrificación

Una vez estudiadas las diferentes alternativas de alimentación en la tracción eléctrica, en este apartado se pretende compararlas entre sí, reuniendo las ventajas e inconvenientes de cada sistema de electrificación, analizando en qué situaciones conviene más un modelo u otro.

Se comenzará comparando entre sí los dos sistemas de corriente alterna explicados anteriormente, el sistema monofásico 1x25 kV y el sistema bifásico 2x25 kV. El análisis se realiza desde varios puntos de vista a destacar como pueden ser criterios económicos, medioambientales, eléctricos y de mantenimiento.



### 3.5.1. Criterio económico

Inicialmente, el sistema 2x25 kV necesita una mayor inversión en equipos, por un lado, al coste de las subestaciones de tracción hay que sumarle el de los centros de autotransformación asociados, por otro al ser subestaciones de mayor potencia, el coste de las protecciones es mayor. Sin embargo, al estar más espaciados los puntos de suministro de energía eléctrica a la línea aérea de contacto, el número de subestaciones necesarias es menor.

Desde el punto de vista de la catenaria, el coste por kilómetro de catenaria 2x25 kV se encarece respecto al del sistema de 1x25 kV debido a la existencia del feeder negativo. Sin embargo, es cierto que para este último sistema el número de zonas neutras es mayor así como el número de seccionadores necesarios para operar la línea, de manera que la diferencia de coste por kilómetro de catenaria entre ambos sistemas no es discriminante.

En la siguiente figura se muestra un gráfico donde se representa la inversión necesaria para la electrificación en millones de euros para ambos sistemas en función de los kilómetros de vía doble considerados.

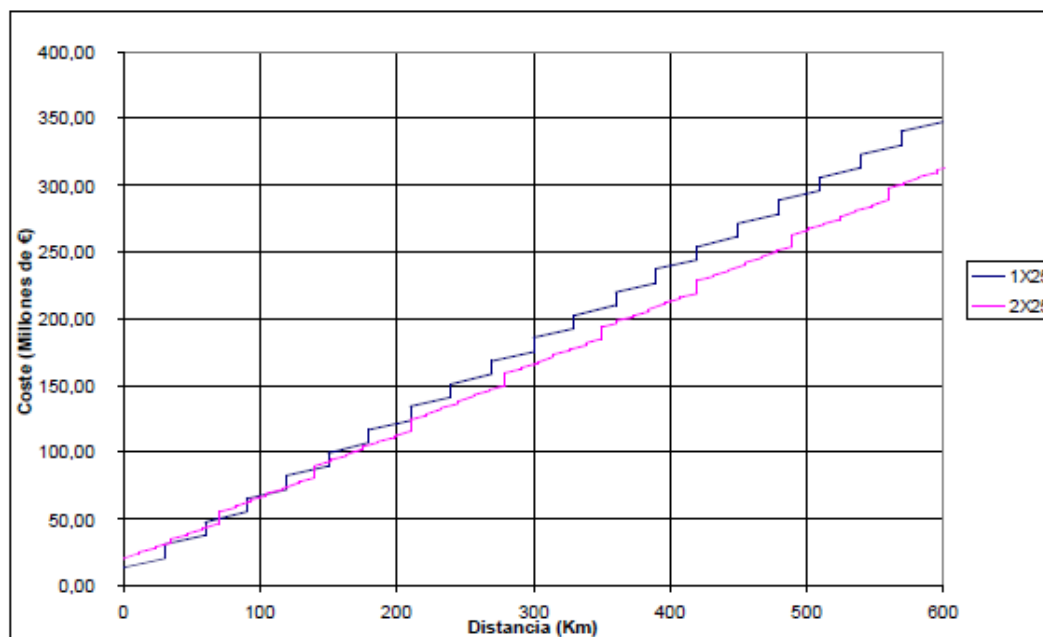


Figura 3.11. Inversiones necesarias para los sistemas 1x25 y 2x25 kV.

Como puede apreciarse en la figura, para longitudes menores de 100 km aproximadamente el sistema 1x25 kV es más económico, sin embargo para longitudes mayores el sistema 1x25 kV se encarece respecto al 2x25 kV. Este gráfico es orientativo, ya que como se ha señalado anteriormente el coste final de la línea vendrá determinado en gran medida por las acometidas necesarias.





### 3.5.2. Criterio medioambiental

Desde el punto de vista de impacto medioambiental, al tener el sistema 2x25 kV menos subestaciones y por lo tanto menos líneas de acometida, el impacto medioambiental también es menor que el caso del sistema 1x25 kV.

### 3.5.3. Criterio eléctrico

- **Conexión a la red de Alta Tensión:**

El sistema más favorable es el 1x25 KV, dado que existe un mayor número de conexiones y de menor potencia, por lo que el desequilibrio de fases sobre la red es inferior al generado por el 2x25 KV.

Para ambos sistemas la conexión será a una red de muy alta tensión (220 KV o 400KV), por necesidad de una alta potencia de cortocircuito de la red y alta fiabilidad de suministro.

- **Subestaciones de tracción:**

El número de subestaciones de tracción en el 1x25 KV es superior al de 2x25KV, dado que las distancias entre ellas no pueden superar típicamente los 35 Km, atendiendo al criterio de caída de tensión en catenaria. El sistema de 2x25 KV admite distancias de hasta 70 Km.

En contrapartida, el sistema 2x25 KV requiere la instalación de centros de transformación cada 10-12 Km. Para redistribuir las corrientes de retorno.

La potencia de las subestaciones en el 2x25 KV es prácticamente el doble que las de 1x25 KV, ya que la zona de influencia (y el número de vehículos a alimentar) se puede llegar a duplicar.

Además de necesitar transformadores de tracción más potentes, la aparamenta de Media Tensión de las subestaciones 2x25 KV es de una gama de tensión superior a las de 1x25 KV, por lo que la instalación resulta más cara.

- **Caída de tensión en la catenaria:**

En el sistema 1x25 KV la caída de tensión en la línea depende de la impedancia kilométrica, del consumo del material tractor y es proporcional a la distancia entre subestación y la posición del vehículo. En el 2x25 KV, debido a que la impedancia kilométrica equivalente de la línea es considerablemente menor, las caídas de tensión



producidas son muy inferiores. Este hecho permite aumentar la distancia entre subestaciones de tracción prácticamente al doble.

- **Pérdidas de potencia en la catenaria.**

La pérdida de potencia en la catenaria, a igualdad de distancia entre subestaciones, sería prácticamente la mitad en el 2x25 KV que en el 1x25 KV, ya que la corriente se reduce a la mitad.

No obstante, dado que las subestaciones pueden alimentar al doble de vehículos, distanciándolas más, las pérdidas de potencia en catenaria acaban siendo semejantes a las de 1x25 KV.

- **Perturbaciones electromagnéticas:**

En el sistema 1x25 KV se genera un gran campo electromagnético alrededor de la línea, ya que catenaria y carriles forman una gran espira de corriente tanto más grande cuanto más lejos se encuentre el vehículo de la subestación.

Estos campos pueden provocar perturbaciones en el funcionamiento de equipos electrónicos y de comunicaciones que pueden encontrarse en las inmediaciones de la línea o en núcleos urbanos

El sistema 2x25 KV mejora sustancialmente este problema. El feeder negativo representa un circuito de retorno simétrico al de la catenaria, y próximo a ella.

Además, la espira de gran longitud que se crea en 1x25 KV no es tan grande, ya que la corriente de retorno circula parcialmente en el mismo sentido que la catenaria, debido al efecto de los autotransformadores.

### **3.5.4. Criterio mantenimiento de las instalaciones**

Desde el punto de vista de mantenimiento, el sistema 1 x 25 kV presenta una mayor simplicidad lo que implica una mejor mantenibilidad y una menor necesidad de materiales de repuesto que en el caso 2 x 25 kV.

En el sistema 1x25 KV existe aproximadamente el doble de subestaciones de tracción que en el 2x25 KV, por lo que la operación y mantenimiento son más costosos.

En cambio, si se analizan en global todas las instalaciones, considerando centros de autotransformación, resulta más desfavorable el sistema 2x25 KV.

Por último, la tensión de aislamiento en la catenaria es de 36 KV en el de 1x25 KV y de 52 KV en el sistema 2x25 KV.



### 3.5.5. Cuadro resumen comparativa entre 1x25 y 2x25 kV

En la siguiente tabla se resume la comparación entre los dos sistemas de alimentación más utilizados en la alta velocidad:

	<b>1x25 kV</b>	<b>2x25 kV</b>
Potencia instalada	2x30 MVA (habitualmente)	2x60 MVA (habitualmente)
Condiciones de conexión	Necesidad de línea eléctrica de tensión elevada ( $\geq 132$ kV) o con suficientes puntos de conexión <b>Subestaciones cada 30-40km</b>	Posibilidad de líneas de transporte relativamente alejadas o con pocos puntos de conexión, pero con potencias de cortocircuito elevadas (tensión $\geq 220$ kV) <b>Subestaciones cada 60-80km</b>
Configuraciones constructivas	Simplicidad de subestación Necesidad de conductor de retorno y/o <i>Booster</i> para disminuir la corriente de retorno, los cuales aumentan la impedancia implicando una disminución en la distancia entre subestaciones	Complejidad de subestaciones Los <b>autotransformadores</b> aumentan las pérdidas en vacío La menor impedancia permite aumentar la distancia entre subestaciones
Desequilibrios en la red	Se reducen con la rotación de fases	Condicionados a la potencia de cortocircuito del punto de conexión Se reducen con la rotación de fases
Perturbaciones inducidas por campos eléctricos	Se reducen poniendo a tierra los conductores susceptibles de ser afectados	Prácticamente nulas, por la oposición entre fases de tensión de la línea aérea de contacto y feeder negativo
Perturbaciones inducidas por campos magnéticos	Relativamente elevadas, paliadas en parte por el conductor de retorno	Reducidas por la oposición entre fases y limitado al tramo entre los autotransformadores entre los que se encuentra el tren
Potencial carril-tierra	Relativamente elevado	Relativamente elevado Limitado al trayecto comprendido entre los autotransformadores donde está intercalado el tren

Tabla 3.2. Comparación entre 1x25 KV y 2x25 KV



### 3.5.6. Corriente continua VS Corriente alterna. Ventajas e inconvenientes.

En este capítulo se han analizado los sistemas de electrificación existentes en la tracción eléctrica de ferrocarriles. La clasificación más importante que se puede hacer de estos sistemas, como se ha visto es dividirlos en sistemas de alimentación en corriente continua y sistemas de alimentación en corriente alterna. La cuestión relevante es saber qué sistema es mejor, más eficaz, más rentable, etc.

Como en la mayoría de los casos, en tracción eléctrica ocurre también que no hay un sistema que sea mejor que otro para todos los casos. La elección adecuada de un sistema de electrificación dependerá de cuál vaya a ser la aplicación y que necesidades se tengan.

En la siguiente tabla se resumen los sistemas de electrificación más utilizados en la tracción eléctrica dependiendo de la aplicación:

SISTEMAS DE ELECTRIFICACIÓN		
Componentes	Línea convencional	Línea Alta Velocidad
Tipo de corriente	C.C. (Corriente continua)	C.A. (Corriente Alterna)
Tensión en la catenaria	Bajas (750, 1500, 3000V)	Altas (25000V)
Subestaciones	Cada $\approx$ 20 km	Cada $\approx$ 50 km

Tabla 3.3. Diferencias más significativas en el sistema de electrificación entre líneas convencionales y líneas de alta velocidad

Como puede verse en la tabla anterior, en el caso de líneas de Alta Velocidad se recurre a los sistemas de electrificación en **corriente alterna** debido a las siguientes **ventajas** frente a la corriente continua:

- Facilidad de producción.
- Facilidad de modificación de sus tensiones con buen rendimiento.
- Posibilidad de transportarla a grandes distancias con pérdidas prácticamente despreciables.
- La catenaria y el equipo de vía es más ligero.
- Las subestaciones son más simples y más espaciadas.
- Escasa incidencia en materia de corrosión.



Por contra se descarta la **corriente continua** para la alta velocidad por los siguientes **inconvenientes**:

- La tensión en continua no puede proporcionar la potencia suficiente a desarrollar por el material tractor.
- Exigiría de unas secciones de catenaria enormes.
- Se requerirían pantógrafos con mesilla muy superior a la actual que los harían muy pesados.
- La separación entre subestaciones tendría que ser muy pequeña.
- Las Grandes pérdidas en una línea de gran longitud.
- Elevada incidencia en materia de corrosión.
- Gran número de instalaciones en funcionamiento.

Sin embargo, para líneas convencionales se recurre a los sistemas de electrificación en corriente continua debido a que la **corriente alterna** presenta algunos **inconvenientes** también como son:

- Fuerte impacto en las líneas de comunicación debido a la inducción que genera.
- Desequilibrio en la red de alimentación.
- Fuente de perturbaciones como consecuencia de sus propias características intrínsecas de funcionamiento.
- Capacidad de inducir tensiones en conductores paralelos.
- Contaminación electromagnética.
- Produce distorsión armónica
- Puede provocar fluctuaciones de tensión en la red.
- Huecos de tensión, provocados por cortocircuitos.





# Capítulo 4

## Descripción del sistema

### 4.1. Sistema de electrificación en C.C.

Como ya se ha explicado en el capítulo anterior el sistema de electrificación que es más apropiado para líneas convencionales, de largo y corto recorrido, es el de corriente continua. Para líneas de alta velocidad, se ha visto anteriormente, que es más adecuada la electrificación en C.A. La electrificación en CC, podrá tener distintos valores de tensión de alimentación (750, 1500, 3000V) según sea la longitud del cantón. En España, las tensiones de electrificación para líneas de larga distancia son de 3000V. Este modo de electrificación requiere de la existencia de subestaciones de tracción y rectificadores y transformadores asociados a las mismas.

El sistema de alimentación se contempla con zonas neutras que separan dos cantones alimentados por diferentes subestaciones de tracción, para evitar que la longitud de catenaria a alimentar por una misma subestación, sea excesivamente larga. Lo cual repercutiría en unas elevadas caídas de tensión en la catenaria y grandes pérdidas de potencia.

A cada subestación de tracción le corresponde un área, que se define como el trayecto de catenaria que en modo de funcionamiento normal, no degradado, es alimentado por dicha subestación de tracción. Este área puede incluir uno o varios cantones dependiendo de la topología básica del sistema y esquema de conexión de subestaciones como se explica a continuación [8]:

**Topología Gamma ( $\Gamma$ ):** Con esta conexión cada cantón es alimentado únicamente por una subestación de tracción, utilizando uno de los dos transformadores correspondientes de la subestación para acondicionar los niveles de tensión a la tensión de alimentación de dicho cantón.

**Topología en Pi ( $\Pi$ ):** En este modo de conexión un cantón es alimentado por dos subestaciones, es decir, por dos grupos transformadores rectificadores de tracción. Se dice entonces que la alimentación es bilateral, el tren recibe o los trenes que circulan a lo largo del cantón reciben su corriente de las dos subestaciones que los rodean.

**Topología en T (T):** Cuando se da esta topología, una misma subestación alimenta a dos cantones. La conexión normalmente se da cuando se pierde uno de los dos transformadores de la subestación pasando el restante a alimentar los dos sectores.



## 4.2. Acometida y subestaciones de tracción.

Como se explicó en el apartado de introducción, la electrificación de ferrocarriles es el conjunto de instalaciones que son necesarias para poder suministrar a los ferrocarriles la energía eléctrica que necesitan para su correcto funcionamiento. Estas instalaciones son básicamente: las líneas de alta tensión correspondientes generalmente a la red trifásica de transporte, las subestaciones de tracción que son las encargadas de acondicionar las tensiones de la red de transporte a las adecuadas para la catenaria, y las catenarias que discurren por toda la línea de ferrocarriles.

La conexión entre las líneas aéreas trifásicas de transporte de alta tensión y las subestaciones de tracción constituyen la acometida del sistema. Dicha acometida se puede llevar a cabo de diferentes maneras dependiendo del sistema de electrificación. Lo más común es que la conexión se realice mediante una línea que conecte la subestación de tracción con una subestación de transporte perteneciente a la red de transporte, que en el caso de España es propiedad de REE.

Antes de la ejecución de cada subestación de tracción, REE indicará la forma en que deben conectarse el primario de los transformadores de potencia con el sistema trifásico con objeto de no superarse los valores de desequilibrios de tensiones admitidos, conforme el procedimiento de operación PO 12.2 de REE [9].

Como puede verse en la figura 4.1, la acometida a la subestación de tracción es trifásica y se realiza desde una subestación de transporte donde se bajan los niveles de tensión desde los correspondientes a un nivel de tensión de transporte, 132 kV, hasta un nivel de 45kV, que alimentan a dos transformadores trifásicos pertenecientes a cada subestación de tracción.

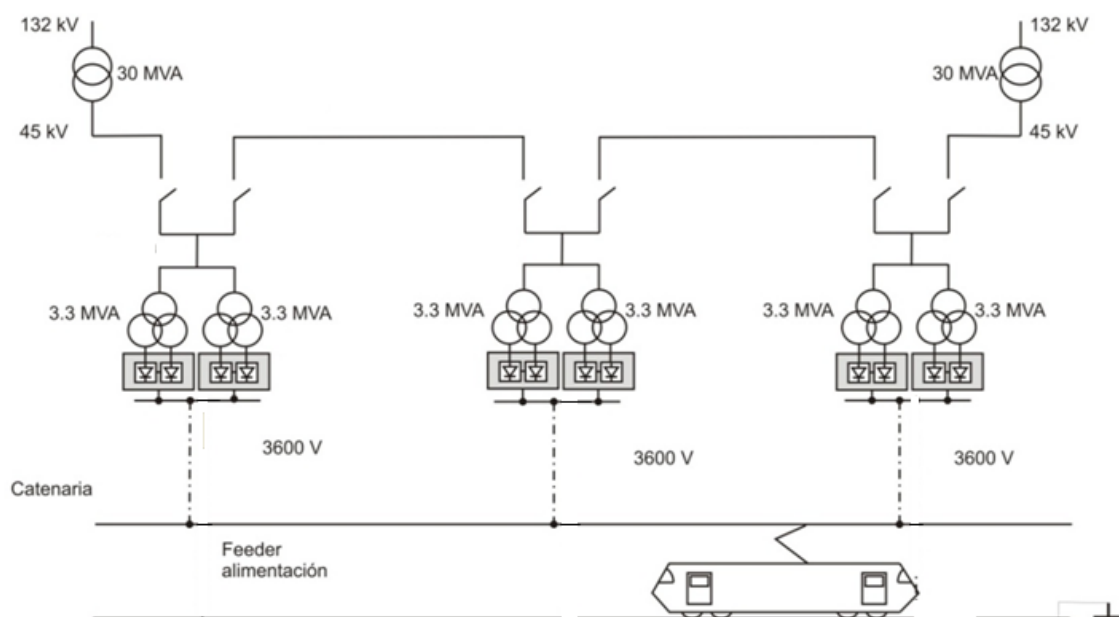


Figura 4.1 Esquema general del trazado ferroviario, [8].





Cada subestación de tracción está formada por dos grupos transformadores rectificadores de tracción en paralelo, para poder asegurar la continuidad en el suministro eléctrico en alguna situación en que se den condiciones degradadas de funcionamiento o de mantenimiento [8].

Otro motivo por el que se emplean dos transformadores en paralelo con un seccionador entre ambos, que normalmente se encuentra abierto, es para que mediante las maniobras correspondientes de switching en los seccionadores, se pueda cubrir una demanda mayor que se pueda producir en un momento dado bien por la presencia de un tren con un consumo mayor o por un mayor tráfico de trenes en una hora determinada.

### 4.3. Modos de funcionamiento. Normal y degradado.

Según lo explicado en el apartado anterior, el diseño de la electrificación deber tener en cuenta la posibilidad de que se produzcan fallos en algún punto de la línea, y en ese caso, el suministro de energía eléctrica no se debe ver comprometido en toda la infraestructura [10]. Debido a esto, por motivos de fiabilidad fundamentalmente y también a posibles operaciones de mantenimiento, las subestaciones de tracción están diseñadas para permitir la alimentación simultánea a dos cantones desde cada transformador, de manera que cada cantón funciona como respaldo de los cantones adyacentes. En situación de fallo, desde el centro de control es posible realizar maniobras oportunas para modificar la topología de la electrificación y aislar así el fallo. Los modos de funcionamiento en función del tipo de incidencia se detallan a continuación.

#### Funcionamiento normal:

Cuando el sistema se encuentra en modo de funcionamiento normal, cada subestación de tracción, alimenta **de forma separada** a dos subsectores o cantones, tal y como se explicó anteriormente al hablar de la topología Gamma ( $\Gamma$ ).

En este modo de funcionamiento todos los elementos están disponibles. Los seccionadores de by-pass, es decir, los seccionadores de cada subestación de tracción se encuentran abiertos de forma que los dos transformadores trabajan de forma separada. Los seccionadores correspondientes a las zonas neutras también se encuentran abiertos, de forma que los cantones o subsectores se encuentran aislados entre sí.

En este modo, las distancias de cada tramo eléctrico son pequeñas, por lo que el número de trenes a los que alimentar es reducido, y en consecuencia la potencia a suministrar por cada transformador. Por tanto, al ser las potencias reducidas, también lo son las caídas de tensión y las corrientes en la catenaria, así como los desequilibrios producidos en la red trifásica de transporte.



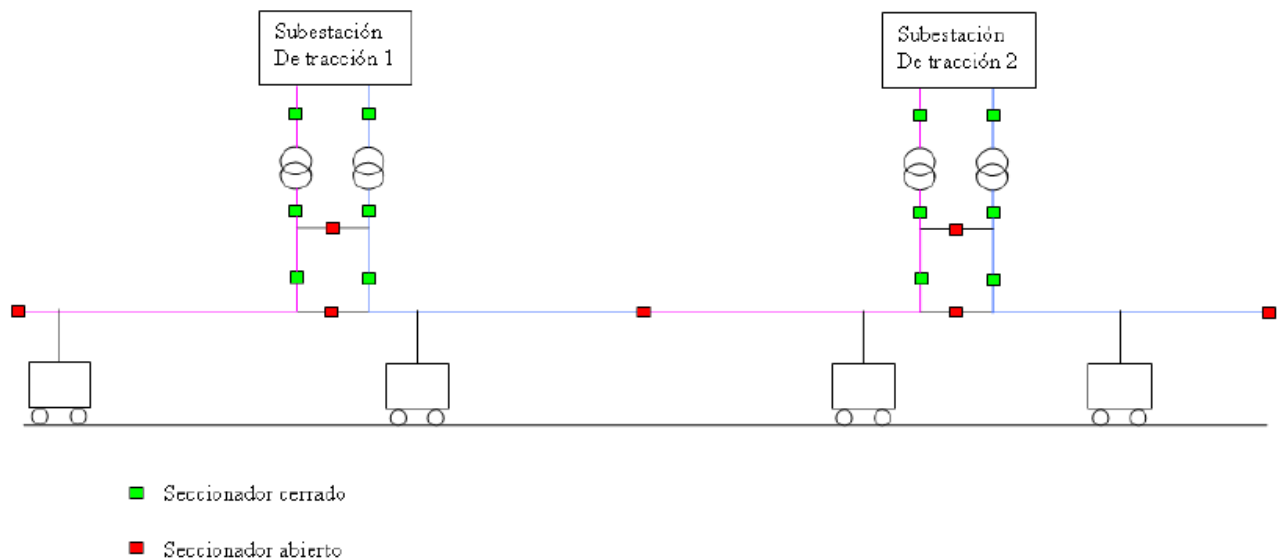


Figura 4.2. Situación de funcionamiento normal.

#### Fallo en un transformador de la subestación de tracción y/o pérdida de una acometida

En caso de indisponibilidad de uno de los transformadores de la subestación de tracción y/o pérdida de una acometida, el transformador restante es el que se encarga de alimentar a los dos cantones. Esta situación es la misma que la explicada anteriormente en el caso de tener una topología en T, ya que la subestación 1 pasa a alimentar a dos cantones (ver figura 4.3).

Las maniobras necesarias para poder seguir dando servicio son abrir los seccionadores correspondientes para aislar el transformador que esté fuera de servicio, y se cierra el seccionador de la subestación de las salidas de los dos transformadores. De este modo los dos cantones quedan alimentados por el mismo transformador hasta que vuelva a estar en servicio el otro transformador de la subestación. Este modo de explotación conlleva cambios de topología que afectan a una única subestación de tracción y sus correspondientes subsectores.

En este modo de funcionamiento, toda la potencia demandada en el sector afectado la suministra un único transformador. Consecuentemente, las corrientes por el transformador serán mayores de lo que en el caso de que no hubiera ningún fallo, y por lo tanto también las caídas de tensión en el transformador también serán mayores. Los desequilibrios producidos en la red trifásica serán mayores, ya que una de las fases pasa a no suministrar nada de potencia. Por otro lado, las corrientes que circulan por la catenaria sólo experimentan un pequeño aumento, debido a la disminución de las tensiones en la catenaria.



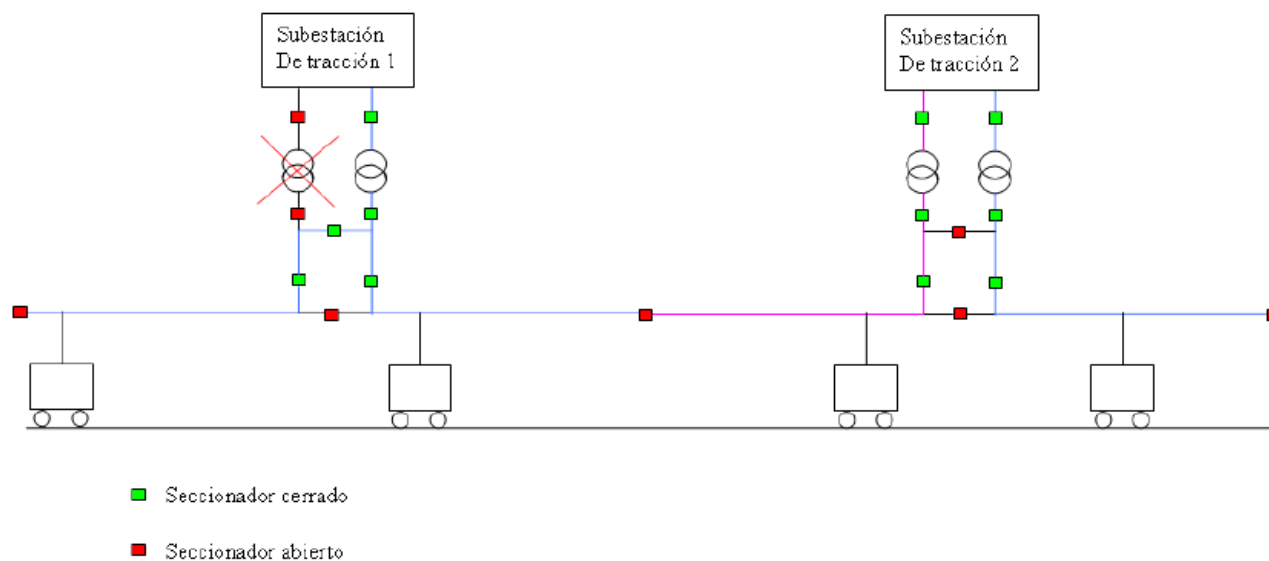


Figura 4.3. Situación degradada, fallo en el transformador

### Fallo de una subestación de tracción

En caso de fallo de una subestación, el funcionamiento del sistema pasa a ser como el correspondiente al que se da en caso de tener una topología en PI ( $\Pi$ ) en el tramo intermedio entre las subestaciones 1 y 3.

Cada cantón es alimentado desde las subestaciones de tracción adyacentes, como puede verse en la figura 4.4. Para ello los seccionadores que conectan la subestación de tracción afectada con la catenaria se encuentran abiertos para aislar la subestación. Por otro lado, se cierran los seccionadores de las zonas neutras afectadas, para permitir la alimentación de las subestaciones adyacentes en la zona en la que tendría que ser alimentada por la subestación que se encuentra fuera de servicio.

En esta configuración, las distancias entre las subestaciones y los puntos de consumo son mayores que en el modo de funcionamiento normal, siendo por lo tanto mayor el número de trenes alimentados por un mismo transformador. En consecuencia aumentan también las pérdidas, las caídas de tensión, las potencias, las corrientes que circulan por los conductores y los desequilibrios producidos en la red trifásica.



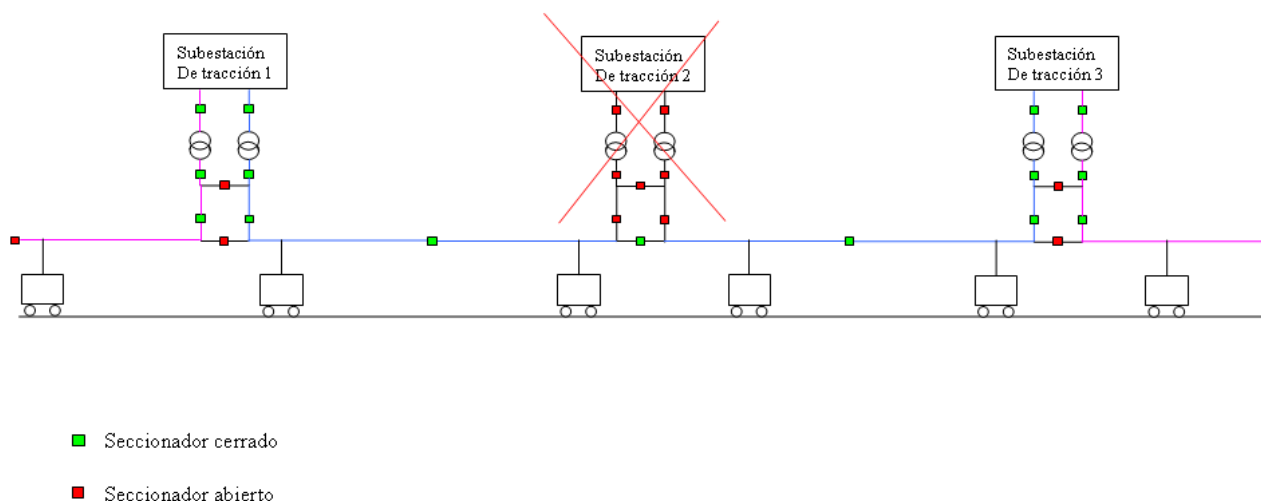


Figura 4.4. Situación degradada, fallo en una subestación.

### Fallo en la catenaria

En caso de fallo en la zona de la catenaria, puede resultar imposible continuar el suministro. En estas condiciones, es importante aislar el tramo afectado de manera que el problema no afecte al resto de la instalación, aunque dependiendo de cómo sea el fallo puede ser imposible aislar el problema sin que afecte al resto de la instalación.

Esta situación es la más grave de las planteadas, ya que implica la interrupción del servicio en el cantón afectado.





# Capítulo 5

## Modelo matemático y simulaciones

### 5.1. Topología Gamma ( $\Gamma$ ):

#### 5.1.1. Circuito equivalente para un tren

En el siguiente apartado se va a desarrollar el modelo matemático que representa el funcionamiento del sistema de tracción eléctrica en corriente continua. En primer lugar se estudiará el caso para un único tren y en los siguientes apartados se verán los casos de dos, tres trenes y de un número variable de trenes en un mismo cantón.

La topología que se va a estudiar es la topología gamma ( $\Gamma$ ), en la que, como se explicó anteriormente, un cantón es alimentado únicamente por una subestación de tracción. Según la figura 4.2, con la topología gamma es posible que se den dos situaciones distintas: una en la que el tren se va alejando de la correspondiente subestación, y otra en la que el tren se vaya acercando a la subestación. En todas las simulaciones que se van a realizar en este capítulo, se va a considerar que el tren se aleja de la subestación (ver figura 5.1), hasta que llegue a un nuevo cantón. De este modo se irá superponiendo dicho esquema en todo el trazado.

Como puede verse en la figura 5.1., la tensión de alimentación de salida de la subestación se representa en el circuito equivalente como una fuente de tensión continua de valor constante. Se tratará de un circuito puramente resistivo en el que aparecen la resistencia equivalente de la subestación de tracción, que es constante, y las resistencias variables con la distancia, correspondientes a los carriles y la línea de la catenaria.

El hecho de que aparezcan resistencias variables con la distancia equivale a decir que habrá que resolver un circuito diferente para cada posición en la que se encuentre el tren; a medida que éste se va alejando de la subestación de tracción, el valor de la resistencia de los carriles y de la catenaria van aumentando.



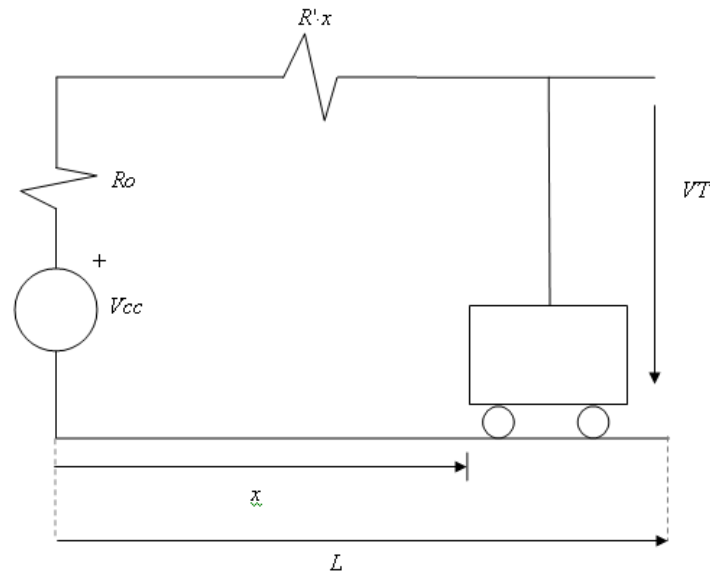


Figura 5.1. Circuito equivalente para un tren.

### 5.1.1.1. Modo de resolución: flujo de cargas.

El modo de resolución del problema que a continuación se explica es válido tanto para el caso de que solo circule un tren por un determinado cantón o para varios trenes, es decir, siempre se resolverá el problema de la misma forma independientemente del número de trenes, salvo algunas diferencias que se explicaran en cada caso.

Como puede verse en el circuito de la Figura 5.1, para el caso de un tren, el circuito resultante es un circuito sencillo en corriente continua con una fuente de tensión y resistencias, que se podría resolver por métodos matemáticos sencillos.

La dificultad radica en cuáles son las magnitudes que se conocen y cuáles son las incógnitas del problema. En el caso de la tracción eléctrica, en el circuito equivalente, se desconoce el valor de la resistencia que representa el tren. Sin embargo, se conoce en todo momento el trazado ferroviario y la rejilla de velocidades del tren, por tanto, se conoce cuál es la potencia demandada por el tren en cada instante. Este hecho tiene como consecuencia directa que al plantear las ecuaciones para resolver el problema, no queden ecuaciones lineales. Por tanto hay que recurrir a un método iterativo para resolver el flujo de cargas y obtener el valor de la tensión del tren en cada instante. Una vez conocido este valor de la tensión se pueden obtener el resto de variables que se deseen analizar.

El método iterativo que se va a emplear para resolver el flujo de cargas es el método de Newton Raphson. A continuación se plantean las ecuaciones correspondientes para resolver el problema para el caso de **un tren que demanda una potencia que es constante** a lo largo de todo el recorrido del cantón.



El diagrama unifilar que representa el circuito equivalente es el siguiente:

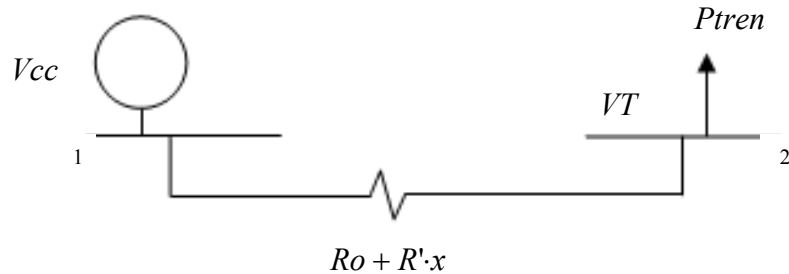


Figura 5.2. Diagrama unifilar para un tren.

Siendo:

$V_{cc}$  , la tensión en el nudo 1, correspondiente a la tensión de la subestación.

$V_T$  , la tensión del nudo 2, correspondiente a la tensión del tren.

$R_o$  , la resistencia equivalente de la subestación de tracción.

$R'$  , la suma de las resistencias por unidad de longitud del carril y de la catenaria.

$x$  , la distancia del tren con la subestación.

$P_{tren}$  , la potencia demandada por el tren.

Durante la realización de este proyecto supondremos que el tren siempre va a consumir potencia y que nunca la va a generar mediante frenada regenerativa, por tanto, se puede considerar que la corriente será saliente respecto al nudo 1 y entrante en el nudo 2. De este modo, las ecuaciones que proporcionan las intensidades en cada nudo son:

$$I_1 = \frac{V_1 - V_2}{R_0 + R' \cdot x}$$

$$I_2 = \frac{V_1 - V_2}{R_0 + R' \cdot x}$$

Donde  $V_1$  y  $V_2$  son las tensiones en los nudos 1 y 2.

$R_0$  , es la resistencia equivalente de la subestación de tracción.

$R'$  , la suma de las resistencias por unidad de longitud del carril y de la catenaria.





Si se expresan las ecuaciones correspondientes a las intensidades en forma matricial y teniendo en cuenta que  $R = R_0 + R' \cdot x$ , se tiene:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/R & -1/R \\ 1/R & -1/R \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

Siendo la matriz de admitancias:

$$Y = \begin{pmatrix} 1/R & -1/R \\ 1/R & -1/R \end{pmatrix}$$

Como la potencia en cada nudo viene dada por la expresión:

$$P_i = \sum_{n=1}^N Y_{i,n} \cdot V_n \cdot V_i$$

En el nudo 2, donde se encuentra el tren, se tiene que:

$$P_2 = Y_{2,1} \cdot V_1 \cdot V_2 + Y_{2,2} \cdot V_2^2$$

Si se pasa a llamar  $PT$  a la potencia  $P_2$ ,  $VT$  a la tensión en el nudo 2 y  $V_{cc}$  a la tensión del nudo 1, queda la expresión de la potencia del tren en función de la tensión del tren:

$$PT(VT) = Y_{2,1} \cdot V_{cc} \cdot VT + Y_{2,2} \cdot VT^2$$

$$\boxed{PT(VT) = \frac{V_{cc} \cdot VT}{R} - \frac{VT^2}{R}} \quad (1)$$

Supondremos además, que el trazado es completamente rectilíneo (sin pendientes ni radios de curvatura), y que la velocidad del vehículo es también constante. En consecuencia, la potencia consumida por el tren será constante en todo punto. Durante las simulaciones presentadas en este capítulo, supondremos una potencia media de 1 MW. A esa potencia del tren se le va a llamar  $PT_{prog}$ , ya que es como la potencia que estaría programada para el tren.

En el método iterativo de Newton Raphson, aplicado a este problema, consistirá en ir calculando, a partir de la ecuación (1), la potencia correspondiente del tren,  $PT_{calc}$ . Para ello es necesario tomar un valor inicial para la tensión del tren  $VTo$  y el valor siguiente,  $VT1$ , se obtendrá a partir del inicial.

$$PT_{prog} - PT(VTo) = PT'(VTo) \cdot (VT1 - VTo) \quad (2)$$



En la figura 5.3 se explica de forma gráfica el método iterativo de Newton-Raphson utilizado, al resolver el problema para los siguientes valores:

$$\begin{aligned} V_{cc} &= 3600V & R'_c &= 0,009 \Omega/km \\ R_0 &= 0,2\Omega & P_2 &= PT = 1MW \\ R' &= 0,031 \Omega/km & x &\in [0 : 0,1 : 40]km \end{aligned}$$

Dichos valores, y los que se emplearán en las siguientes simulaciones, han sido tomados como referencia de [8].

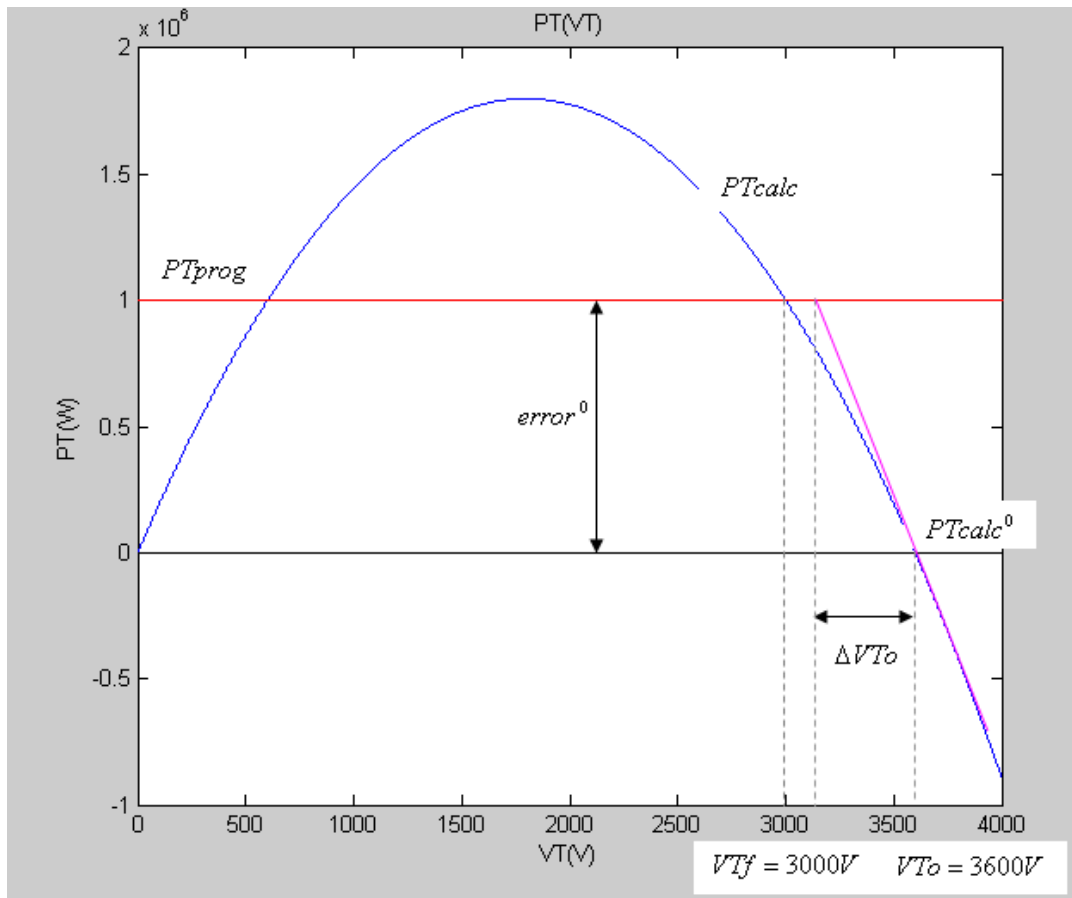


Figura 5.3. Método de Newton Raphson.

Como puede verse en la Figura 5.3, a partir de una solución inicial  $VT_0 = 3600V$  se comienza calculando  $PT_{calc}^0 = 0W$  a partir de la ecuación (1).

A continuación se calcula la derivada de la función  $PT(VT)$  en  $VT = VT_0$ , “m”, y por tanto se tiene que la ecuación de la recta tangente a la función  $PT(VT)$  en  $VT = VT_0$  es:

$$PT(VT) - PT_{calc}^0 = m \cdot (VT - VT_0) \quad (3)$$



La ecuación (3) es la correspondiente a la expresión (2) que se emplea en el algoritmo de Newton Raphson.

Como el objetivo es llegar a la solución  $PT(VT) = PT_{prog}$ , si se sustituye en la expresión anterior:

$$PT_{prog} - PT_{calc}^0 = m \cdot (VT1 - VT0) \rightarrow error^0 = m \cdot \Delta VT0 \rightarrow \boxed{\Delta VT0 = \frac{error^0}{m}}$$

Con el  $\Delta VT0$  se obtiene  $VT1 = VT0 + \Delta VT0$  y se pasaría a calcular la nueva  $PT_{calc}^1$ , iterándose el proceso hasta que el  $error = 0$ .

### 5.1.1.2. Selección de la solución inicial.

Como se ha comentado anteriormente, para poder resolver el problema de flujo de cargas es necesario partir de una solución inicial para el valor de la tensión del tren. En este ejemplo se van a tomar dos valores iniciales distintos:  $VT0 = 100V$  y  $VT0 = 3600V$ . A continuación se comentarán las diferencias encontradas en las soluciones correspondientes a ambos valores iniciales.

Si resolvemos el problema del flujo de cargas con el método iterativo de Newton Raphson y representamos los valores obtenidos de la tensión en el tren y la intensidad, obtenidos para cada circuito correspondiente a cada valor de  $x$ , nos quedan las siguientes gráficas:

Para  $V_0 = 100V$  :

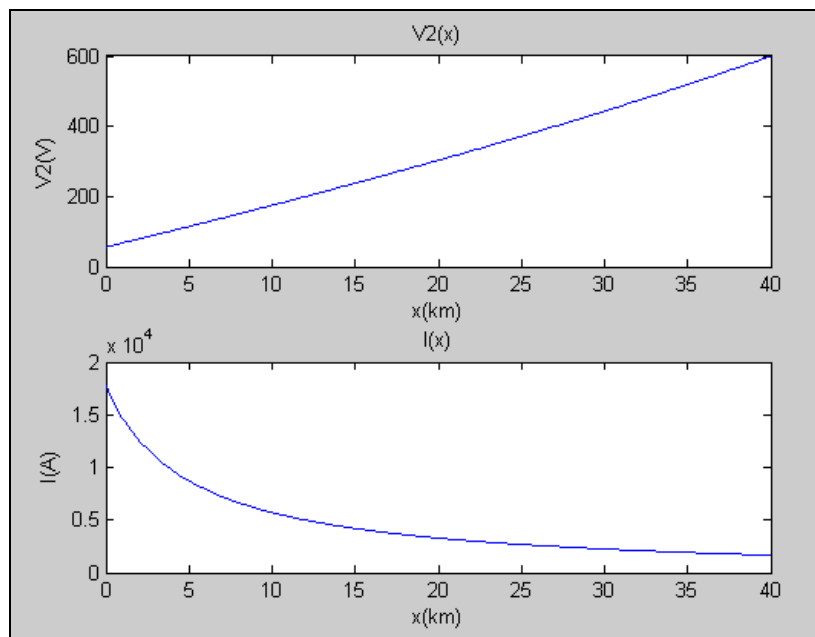


Figura 5.4. Tensión e intensidad en el tren para  $VT0 = 100V$



En este caso puede observarse como la tensión en el tren va aumentando con la distancia al contrario que la corriente que va disminuyendo. Para una  $x = 40\text{km}$  la tensión converge a  $600\text{V}$ , con lo cual la tensión que cae en la línea es de  $3000\text{V}$ .

Para  $V_{To} = 3600\text{V}$  :

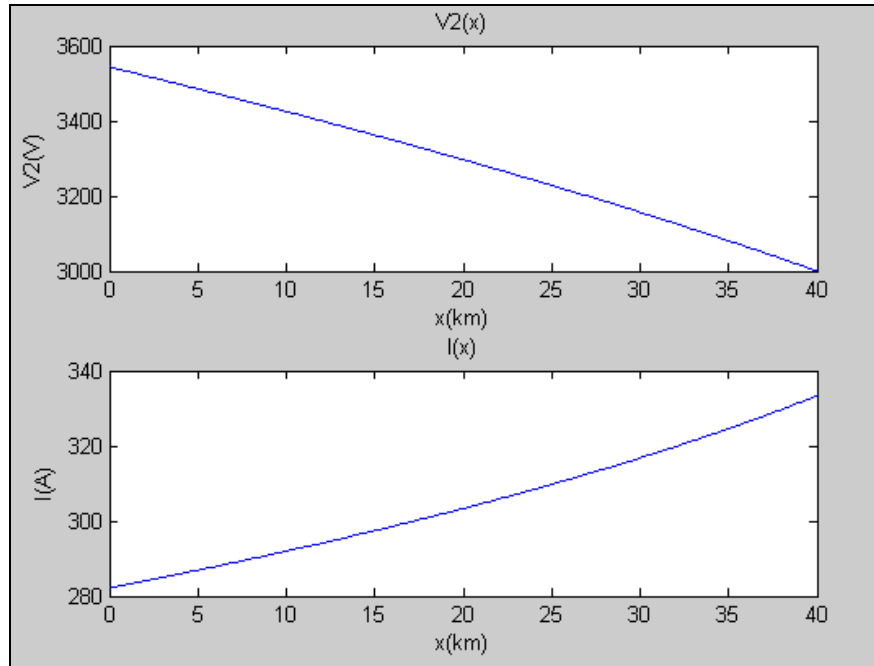


Figura 5.5 Tensión e intensidad en el tren para  $V_{To} = 3600\text{V}$

En este otro caso puede verse como partiendo de una valor inicial de  $3600\text{V}$ , la tensión en el tren, a diferencia del caso anterior, va disminuyendo a medida que aumenta la distancia. La corriente que pasa por el tren, que en este caso al solo ser un tren, es la misma que la corriente de la línea, aumenta con la distancia.

La existencia de estas dos posibles soluciones se debe a que, si en vez de utilizar un flujo de cargas, se hubiera resuelto el circuito analíticamente, se llega a una ecuación de segundo grado para calcular el valor de la tensión del tren. Debido a esto ocurre que se tienen dos posibles soluciones para la tensión en el tren para cada valor de  $x$ , pero sólo una es la correcta.

Si se estudia con detalle el caso más desfavorable, cuando el tren se encuentra a la máxima distancia de la subestación de tracción ( $x=40\text{ km.}$ ), los dos valores de tensión que se obtienen al resolver la ecuación de segundo grado son:  $V1=3000\text{V}$  y  $V2=600\text{V}$ , que como puede verse coinciden con los valores obtenidos en las gráficas anteriores al realizar el flujo de cargas con  $V_o=100\text{V}$  y  $V_o=3600$ , respectivamente.

Si se considerara como solución final en  $x=40\text{km}$  una tensión en el tren de  $600\text{V}$ , implica que en la línea caería una tensión de  $3000\text{V}$ , lo cual sería una tensión muy elevada y las pérdidas en la catenaria serían muy altas. Por el contrario, para una tensión final en el tren de  $3000\text{V}$ , la



tensión que caería en la línea sería de 600 V, que sería más razonable que una caída de tensión en la línea de 3000V.

Por otro lado, al conocer el valor de la potencia demandada por el tren de valor 1MW, tal como se indicó anteriormente, y una vez resuelto el flujo de cargas, se podría calcular el valor de la  $R_{tren}$  para ambas soluciones finales en  $x=40$  km, sin más que:

$$V_{tren} = 600V \rightarrow R_{tren} = \frac{V_{tren}^2}{P_{tren}} = \frac{600^2}{10^6} = 0.36\Omega$$

$$V_{tren} = 3000V \rightarrow R_{tren} = \frac{V_{tren}^2}{P_{tren}} = \frac{3000^2}{10^6} = 9\Omega$$

Si se comparan ambos valores de la  $R_{tren}$  con la  $R_{línea}$  para  $x=40$  Km,  $R_{línea}=1.8\Omega$ , se puede ver como para una  $V_{tren}=600V$  el valor de la  $R_{tren}$  es más pequeño que el valor de la  $R_{línea}$ , lo cual no se da en condiciones normales de funcionamiento, sino en condiciones próximas a las de cortocircuito. Por el contrario, para un valor de  $V_{tren}=3000V$ , el valor de la  $R_{tren}$  es mayor que la  $R_{línea}$ , que es lo razonable que ocurra.

Por último, si se observan las gráficas que representan la tensión del tren con la distancia respecto a la subestación, puede verse cómo para el caso de  $V_o=100V$ , la tensión en el tren iba aumentando a medida que se alejaba con la distancia. Este fenómeno únicamente se produce en condiciones de cortocircuito, pero no en condiciones normales, debido a que cuando el tren se va alejando la resistencia en la línea va aumentando también al hacerlo con la distancia. Por tanto lo que ocurre es que la tensión en la línea se va haciendo mayor cuando el tren se va alejando. Para que la tensión en la subestación se mantenga constante, si la tensión en la línea aumenta con la distancia sólo será posible que la tensión en el tren disminuya con la distancia.

Por todas estas razones se puede concluir que la solución correcta corresponde a un valor de  $V_{tren}=3000V$ . Solución a la que se llega cuando se parte de una  $V_o=3600V$ , en el método iterativo del flujo de cargas. En general, lo deseable será seleccionar una  $V_o$  cercana al valor de la tensión de la subestación o incluso igual que la de la subestación, para que la solución converja a un valor razonable de tensión en el tren y por tanto también en la línea. Si se toma el valor de la tensión en la subestación como tensión base del sistema, sería equivalente a partir de un perfil plano de tensiones.



### 5.1.1.3. Máxima transferencia de potencia.

Un límite de potencia que aparece en la tracción eléctrica, es la de la propia subestación para la que ha sido diseñada. Pero resulta también interesante estudiar otro límite de potencia correspondiente a la que puede demandar el tren, como consecuencia de la propia física del circuito que limita la potencia que puede entregar. Este límite corresponde al teorema de máxima transferencia de potencia, que dice:

*“La potencia máxima será desarrollada en la carga cuando la resistencia de carga sea igual a la resistencia interna de la fuente”.*

En este caso la resistencia interna de la fuente correspondería a la de la subestación y la carga sería el tren. A continuación se demuestra de forma breve el teorema de máxima transferencia de potencia en la tracción eléctrica en corriente continua para un tren:

Si se representa a la subestación con su equivalente Thévenin  $V_{th}$  y  $R_{th}$ , y al tren como una carga puramente resistiva,  $R$ , se pueden obtener fácilmente las expresiones de la tensión  $V$  del tren y de la intensidad  $I$  del circuito equivalente:

$$V = \frac{V_{th} \cdot R}{R_{th} + R}$$

$$I = \frac{V_{th}}{R_{th} + R}$$

Por tanto la expresión de la potencia consumida por la resistencia  $R$  será:

$$P = I \cdot V = \frac{V_{th}^2 \cdot R}{(R_{th} + R)^2}$$

La expresión con la que se obtiene la máxima potencia se obtiene derivando la expresión de la potencia respecto de  $R$ .

$$\frac{\partial P}{\partial R} = \frac{V_{th}^2 \cdot (R_{th} + R)^2 - V_{th}^2 \cdot R \cdot 2 \cdot (R_{th} + R)}{(R_{th} + R)^4} = 0 \rightarrow (R_{th} + R) - 2 \cdot R = 0 \rightarrow \boxed{R = R_{th}}$$

Por tanto la máxima potencia se obtendrá cuando  $R = R_{th} \rightarrow \boxed{P_{\max} = \frac{V_{th}^2}{4 \cdot R_{th}}}$



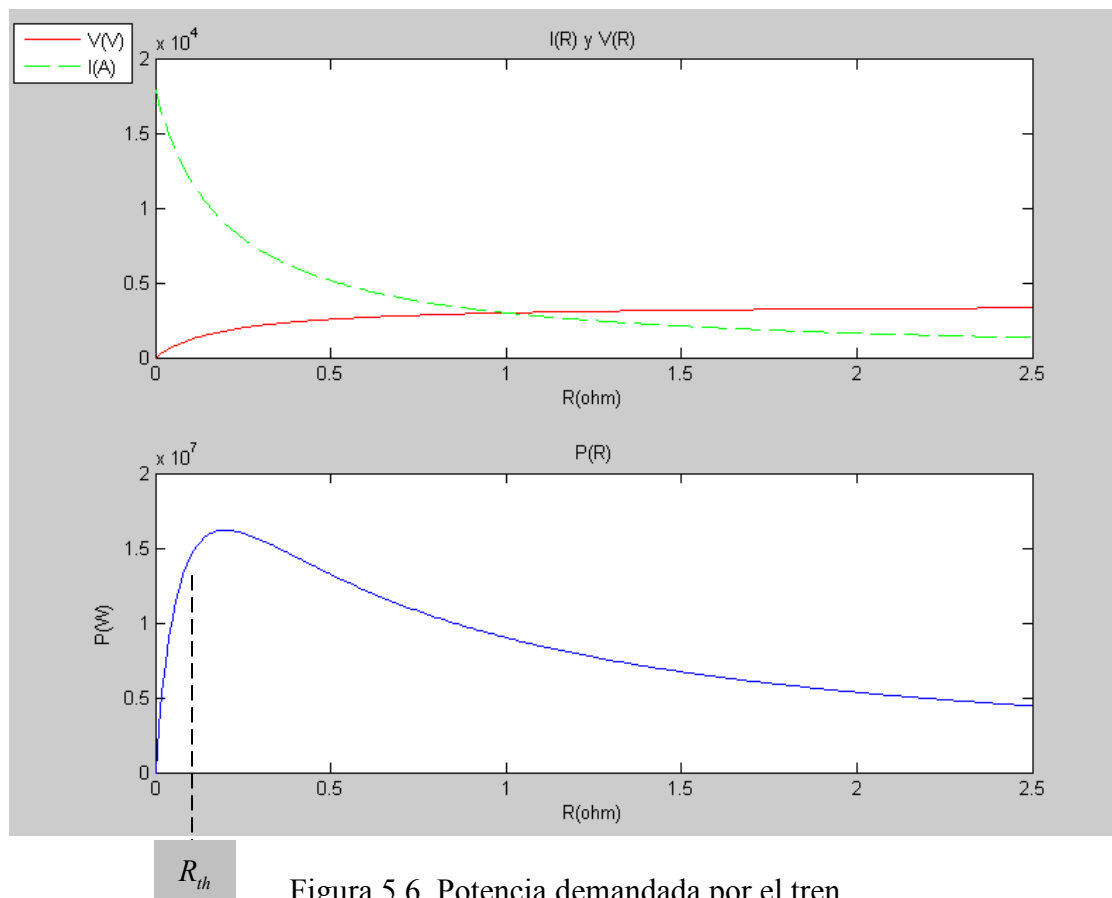


Figura 5.6. Potencia demandada por el tren

A partir de la gráficas anteriores correspondientes a  $P(R)$  y  $V(R), I(R)$  se pueden observar dos situaciones distintas:

- Cuando se tiene una  $R \rightarrow \infty$ , es decir, cuando la  $R_{tren} \gg R_{th}$ , el circuito tiende a circuito abierto por lo que la  $V$  tendería a 3600V. Como se ha explicado anteriormente, la situación normal que se da en la tracción eléctrica es que la  $R_{tren} > R_{th}$ , por tanto este hecho justifica la elección de una solución de partida para la resolución del flujo de cargas cercana a la  $V_{th}$ .
- Si se tiene una  $R_{tren} < R_{th}$  lo que ocurre es que el valor de la intensidad es muy elevado, lo que es propio de una situación en la que ocurre un cortocircuito. Cuando se produce un cortocircuito la  $R_{tren} \ll R_{th}$  y la potencia demandada por el tren en este caso es nula.



### 5.1.1.4. Mínima potencia de la subestación.

Para los valores correspondientes al ejemplo anterior correspondiente a un tren, se puede calcular el valor de la máxima potencia que puede demandar el tren según el teorema de máxima transferencia de potencia:

$$P_{\max} = \frac{V_{th}^2}{4 \cdot R_{th}} = \frac{V_{cc}^2}{4 \cdot (R'x + Ro)} = \frac{3600^2}{4 \cdot (0.04 \cdot x + 0.2)}$$

Como puede verse en la expresión anterior, la máxima potencia que puede consumir el tren disminuye a medida que aumenta la distancia del tren con respecto a la subestación, por tanto cuando el tren llegue al final del cantón, es decir, en  $x=40\text{km}$ , la potencia que éste podrá demandar será:

$$P_{tren} = \frac{V_{th}^2}{4 \cdot R_{th}} = \frac{3600^2}{4 \cdot (0.04 \cdot 40 + 0.2)} = 1.8\text{MW}$$

Si este valor de potencia demandada por el tren se mantiene constante en todo el tramo del cantón, y se resuelve el flujo de cargas, se tiene que la máxima corriente que circulará por la línea es la correspondiente también a una distancia  $x=40\text{km}$ , tal y como se vio en la gráfica de intensidad frente a distancia. Por tanto se obtiene con el flujo de cargas:  $I_{max} \cong 1000\text{A}$ , lo que implica que la potencia mínima para la que se debe diseñar la subestación debe ser

$$P_{sub, \min} = 3600 \cdot 1000 = 3.6\text{MW}$$

### 5.1.1.5. Máxima longitud del cantón.

Si la subestación de tracción proporcionara en todo momento la máxima potencia para la que ha sido diseñada (diferente al límite obtenido al apartado anterior de la máxima potencia que podría demandar la carga), correspondería a tener un valor constante de la intensidad en el circuito, independientemente de la posición en que se encontrara el tren.

El valor de dicha intensidad sería por tanto el máximo que podría proporcionar la subestación y vendría dado por la expresión:

$$I_{sub \max} = \frac{P_{sub \max}}{V_{cc}}$$

Siendo:

$P_{sub \max}$ , la máxima potencia para la que ha sido diseñada la subestación.

$V_{cc}$ , la tensión con la que alimenta la subestación al cantón.





Teniendo en cuenta que al irse alejando el tren respecto a la subestación, la pérdidas en la catenaria se incrementarían (aunque la intensidad se mantiene constante, el valor de la resistencia en la catenaria,  $R' \cdot x$ , aumenta con la distancia, ver figura 5.1), la potencia demandada en el tren se vería más limitada cuanto más lejos se encontrara éste respecto de la subestación.

Por tanto, se puede encontrar un valor límite en la longitud del cantón, por encima del cuál, con la potencia de la subestación no sería suficiente para poder alimentar al tren, debido a las elevadas pérdidas en la catenaria. Es decir, cuando el tren llegara al extremo del cantón la potencia demandada sería  $P_{tren} = 0W$ .

Para poder calcular numéricamente este límite de longitud máxima del cantón, se plantea el balance de potencias:

$$P_{sub} = P_{perdidas} + P_{tren}$$

Donde:

$P_{sub}$ , es la potencia que transfiere la subestación.

$P_{perdidas}$ , son las pérdidas en la catenaria.

$P_{tren}$ , la potencia que demanda el tren.

Para los siguientes datos:

Tensión en la subestación  $V_{cc} = 3600V$ .

Potencia en la subestación  $P_{sub} = 6MW$ .

Resistencia de la subestación  $R_o = 0.2\Omega$ .

Resistencia por unidad de longitud en la catenaria  $R' = 0.04 \Omega/km$ , se tiene que:

$$P_{sub \max} = (R_o + R' \cdot x) \cdot I_{sub \max}^2 + P_{tren}$$

$$6 \cdot 10^6 = (0.2 + 0.04 \cdot x) \cdot 1666.67^2 + P_{tren}$$

Si se expresa la anterior expresión como la  $P_{tren}$  en función de la distancia que es recorrida por el tren,  $x$ :

$$P_{tren} = 6 \cdot 10^6 - (0.2 + 0.04 \cdot x) \cdot 1666.67^2$$



En la figura 5.7. se representa gráficamente la expresión anterior, que proporciona cuál es la potencia que puede demandar el tren en función de la distancia a la que se encuentre respecto de la subestación, para que la subestación esté proporcionando en todo momento la máxima potencia.

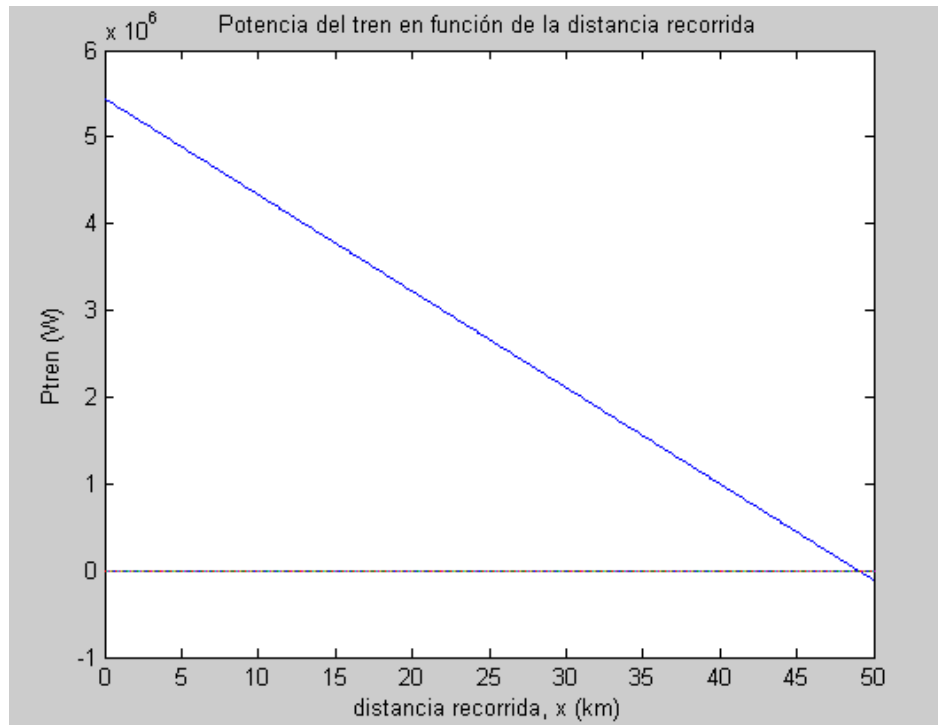


Figura 5.7. Potencia máxima que puede demandar el tren en función de su posición cuando  $P_{sub\ max} = 6 \cdot 10^6$  W.

Como puede verse en la figura 5.7 cuando el tren se encuentra justo en la subestación,  $x = 0$  km, el tren podría demandar una potencia cercana a la  $P_{sub\ max}$ , ya que no habría pérdidas en la catenaria, quedando únicamente  $R_o$ . A medida que el tren se va alejando respecto de la subestación, el valor de la potencia máxima que puede demandar el tren va disminuyendo hasta que se haga cero. Esto se debe a que las pérdidas en la catenaria aumentan a medida que se aleja el tren de la subestación.

La máxima longitud del cantón se corresponderá con el valor de  $x$  que haga que  $P_{tren} = 0$  W. Mirando la figura o a partir de la expresión  $P_{tren}(x) = 0$  se tiene que la longitud máxima del cantón es:

$$L_{\max} = 49 \text{ km}$$



### 5.1.2. Circuito equivalente para dos trenes

En el siguiente apartado se va a resolver el problema de tracción eléctrica de corriente continua cuando se encuentran dos trenes circulando en un mismo cantón. Ambos trenes demandan una potencia que se mantiene constante a lo largo de todo el recorrido y la distancia entre ellos es la misma durante todo el recorrido para simplificar el problema.

Cabe destacar que inicialmente sólo hay un tren circulando en el cantón hasta que recorre una longitud igual a la distancia que mantiene con el segundo tren,  $d$ . Lo mismo ocurre al final, cuando el primer tren pasa al siguiente cantón alimentado ya por otra subestación, y al segundo tren le restan todavía por recorrer  $d$  Km. en ese cantón. Por tanto el problema se resolvería inicialmente como en el apartado anterior hasta que  $x_1 = d$  y también en el tramo final cuando solo está el segundo tren.

Cuando se encuentran los dos trenes circulando simultáneamente en el mismo cantón, el circuito equivalente es el que aparece en la figura 5.8. La diferencia con el circuito equivalente correspondiente a tener solo un tren es que aparece también una caída de tensión entre los dos pantógrafos de los trenes, como consecuencia de la resistencia por unidad de longitud correspondiente al carril y a la vía que separa ambos trenes. El valor de dicha resistencia será constante, y de valor  $R_1 = R_1' \cdot d$ , siempre que se encuentren los dos trenes en el cantón debido a que la distancia entre ellos es no va a variar en todo el recorrido.

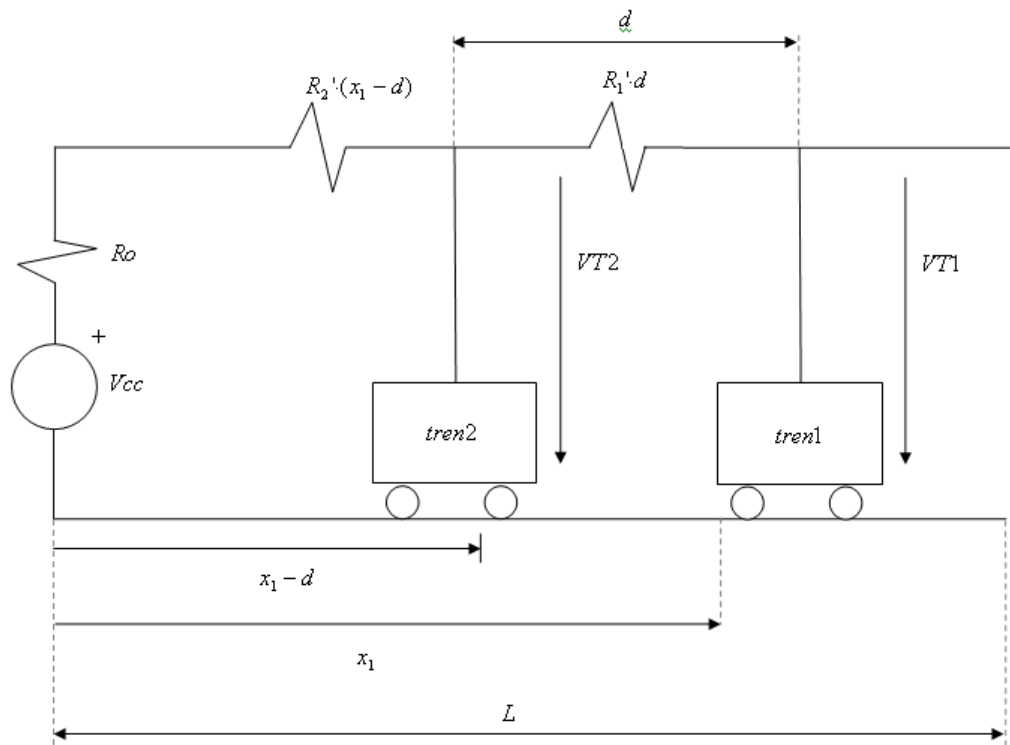


Figura 5.8 Circuito equivalente para dos trenes.



### 5.1.2.1. Modo de resolución: flujo de cargas.

El modelo matemático para el caso de dos trenes es muy similar a cuando sólo había un tren ya que se resolverá el problema también mediante un flujo de cargas por los mismos motivos que lo explicados anteriormente. La principal diferencia respecto al caso anterior, será la dimensión de la matriz de admitancias y la aparición de la matriz Jacobiana necesaria para resolver el flujo de cargas por el método de Newton Raphson.

El diagrama unifilar que representa el circuito equivalente es el siguiente:

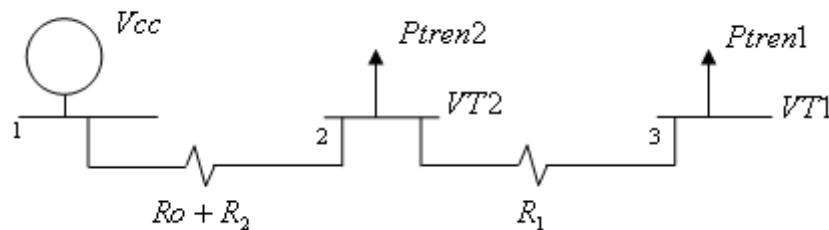


Figura 5.9. Diagrama unifilar para dos trenes.

Siendo:

$R_o$  , la resistencia equivalente de la subestación de tracción.

$$R_1 = R' \cdot d$$

$$R_2 = R' \cdot (x - d)$$

$R' = R_1' = R_2'$  , la suma de la resistencia por unidad de longitud correspondiente al carril y a la catenaria.

$V_{cc}$  , la tensión en el nudo 1, correspondiente a la tensión de la subestación.

$VT_2$  , la tensión del nudo 2, correspondiente a la tensión del tren 2.

$VT_1$  , la tensión del nudo 3, correspondiente a la tensión del tren 1.

$P_{tren2}$  , potencia demandada por el tren 2.

$P_{tren1}$  , potencia demandada por el tren 1.



En este problema, se sabe que ambos trenes no van a generar potencia en ningún instante de tiempo, para ninguna posición en la que se encuentren. Por tanto se pueden plantear las ecuaciones correspondientes a las intensidades de los nudos, teniendo en cuenta que la intensidad del nudo 1 será una intensidad saliente, ya que es un nudo donde se genera potencia, y en los nudos 2 y 3, la intensidad será entrante, ya que son nudos donde se va a consumir potencia.

De este modo las ecuaciones que nos dan las intensidades en cada nudo son:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{V_1 - V_2}{R_0 + R_2} \\ I_2 &= \frac{V_1 - V_2}{R_0 + R_2} + \frac{V_3 - V_2}{R_1} \\ I_3 &= \frac{V_2 - V_3}{R_1} \end{aligned}$$

Si se expresan las ecuaciones correspondientes a las intensidades de los nudos en forma matricial se tiene:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_0 + R_2} & \frac{-1}{R_0 + R_2} & 0 \\ \frac{1}{R_0 + R_2} & -\left(\frac{1}{R_0 + R_2} + \frac{1}{R_1}\right) & \frac{1}{R_1} \\ 0 & \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix}$$

Por tanto, la matriz de admitancias cuando se tienen dos trenes circulando en el mismo cantón será:

$$Y = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_0 + R_2} & \frac{-1}{R_0 + R_2} & 0 \\ \frac{1}{R_0 + R_2} & -\left(\frac{1}{R_0 + R_2} + \frac{1}{R_1}\right) & \frac{1}{R_1} \\ 0 & \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} \end{pmatrix}.$$

La potencia en cada nudo viene dada por la expresión:

$$P_i = \sum_{n=1}^N Y_{i,n} \cdot V_n \cdot V_i$$



Por tanto la potencia en los nudos 2 y 3, que son los nudos donde se encuentran los trenes (ver figura 5.9), vendrán dadas por las expresiones:

$$P_2 = Y_{2,1} \cdot V_1 \cdot V_2 + Y_{2,2} \cdot V_2^2 + Y_{2,3} \cdot V_3 \cdot V_2$$

$$P_3 = Y_{3,1} \cdot V_1 \cdot V_3 + Y_{3,2} \cdot V_2 \cdot V_3 + Y_{3,3} \cdot V_3^2$$

Si se llama a  $P_2$  y  $P_3$  como  $P_{tren2}$  y  $P_{tren1}$  y a las tensiones de los nudos 2 y 3 como  $VT2$  y  $VT1$  respectivamente, las expresiones anteriores quedarían como:

$$P_{tren2} = Y_{2,1} \cdot V_{cc} \cdot VT2 + Y_{2,2} \cdot VT2^2 + Y_{2,3} \cdot VT1 \cdot VT2$$

$$P_{tren1} = Y_{3,1} \cdot V_{cc} \cdot VT1 + Y_{3,2} \cdot VT2 \cdot VT1 + Y_{3,3} \cdot VT1^2$$

Para resolver el problema del Flujo de Cargas mediante el método de Newton Raphson, cuando se tienen dos trenes en un mismo cantón, hay que tener en cuenta que tanto la potencia del tren1 como la potencia del tren 2 dependen de las tensiones del tren1 y del tren2. Por tanto hay que plantear la matriz Jacobiana como:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_{tren2}}{\partial VT2} & \frac{\partial P_{tren2}}{\partial VT1} \\ \frac{\partial P_{tren1}}{\partial VT2} & \frac{\partial P_{tren1}}{\partial VT1} \end{pmatrix}$$

Sustituyendo en la matriz Jacobiana anterior las expresiones correspondientes a las derivadas parciales, queda la siguiente matriz Jacobiana:

$$J = \begin{pmatrix} Y_{2,1} \cdot V_{cc} + 2 \cdot Y_{2,2} \cdot VT2 + Y_{2,3} \cdot VT1 & Y_{2,3} \cdot VT2 \\ Y_{2,3} \cdot VT1 & Y_{3,1} \cdot V_{cc} + Y_{3,2} \cdot VT2 + 2 \cdot Y_{3,3} \cdot VT1 \end{pmatrix}$$

Teniendo en cuenta, si se observa la matriz de admitancias, el efecto de la matriz de admitancias  $Y_{3,1} = 0$ , por tanto la matriz Jacobiana queda finalmente como:

$$J = \begin{pmatrix} Y_{2,1} \cdot V_{cc} + 2 \cdot Y_{2,2} \cdot VT2 + Y_{2,3} \cdot VT1 & Y_{2,3} \cdot VT2 \\ Y_{2,3} \cdot VT1 & Y_{3,2} \cdot VT2 + 2 \cdot Y_{3,3} \cdot VT1 \end{pmatrix}$$



### 5.1.2.2. Selección de la solución inicial.

De la misma forma que se explicó para el caso de que haya un solo tren circulando por el cantón, para resolver el problema del flujo de cargas cuando se tienen dos trenes, mediante el método de Newton Raphson, es necesario partir de una solución inicial para las tensiones de los trenes.

Como ya se explicó para un tren, una buena elección de solución inicial, es partir de un valor para todas las tensiones de los trenes igual a la tensión de la subestación. El motivo fundamental de esta decisión es que se quiere encontrar la solución correspondiente a las tensiones en los trenes, que sean lo más cercanas al valor de la tensión de la subestación. De este modo la caída de tensión en la catenaria sería la menor posible y por tanto se obtendría una solución más óptima desde un punto de vista de tener menos caída de tensión en la catenaria, que es lo que se quiere limitar.

Por tanto, el procedimiento de resolución del flujo de cargas mediante Newton-Raphson consistiría en partir de una solución inicial de tensiones:

$$\begin{pmatrix} VT1o \\ VT2o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Vsub \\ Vsub \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Vcc \\ Vcc \end{pmatrix}$$

A continuación se calcularía los primeros valores de las potencias correspondientes a los trenes, utilizando las expresiones de la potencia de los trenes en función de las tensiones de los mismos. Con dichos valores obtenidos de las potencias, se obtendría el error correspondiente en relación a las potencias reales que están demandando los trenes y el incremento que se debe aplicar a los valores iniciales de tensiones para reducir el error:

$$[J] \cdot [\Delta V] = [error] \rightarrow [\Delta V] = [J]^{-1} \cdot [error]$$

Se repite el proceso hasta que el valor del error sea lo suficientemente pequeño, en función de la tolerancia que se quiera.



### 5.1.2.3. Solución de las simulaciones.

En el siguiente apartado se van a obtener las soluciones correspondientes tanto de las tensiones como de las intensidades de los trenes. Para ello se va a realizar la simulación con el modelo desarrollado para dos trenes con idéntica potencia y constante, y con una distancia entre ellos también constante, con los siguientes datos:

Tensión de la subestación:  $V_{cc} = 3600V$

Resistencia equivalente de la subestación:  $R_o = 0.2\Omega$

Resistencia por unidad de longitud de la catenaria y carril:  $R' = 0.04\Omega/km$

Distancia entre los trenes:  $d = 5km$

Longitud del cantón:  $L = 40km$

Potencia de los trenes  $P_{tren1} = P_{tren2} = 0.5MW$

Los valores de las tensiones de los trenes 1 y 2 (ver figura 5.8), en función de la posición en la que se encuentran, se indican en las siguientes gráficas:

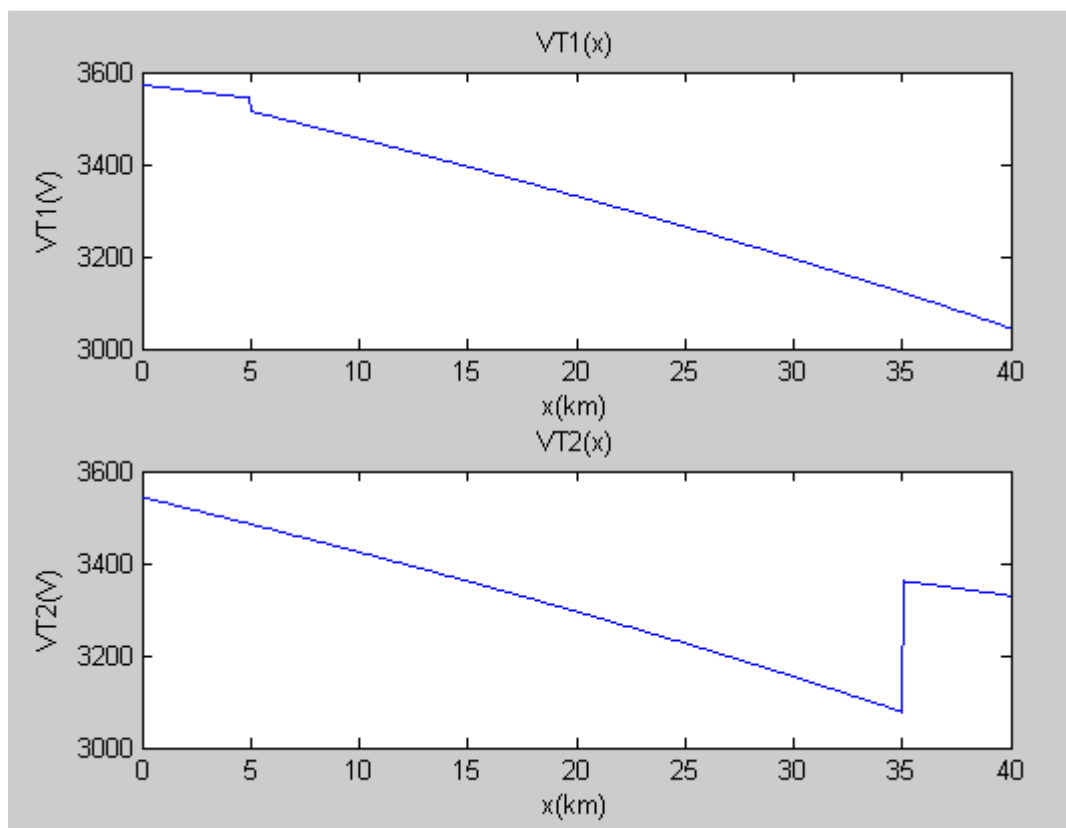


Figura 5.10. Tensiones trenes 1 y 2 a lo largo del cantón.





Como puede verse en la figura 5.10, mientras  $x < d$ , en el cantón solo está circulando el tren 1. Por ello, las tensiones en el tren 1 son mayores durante ese primer tramo que cuando en  $x = d$  aparece el segundo tren. En ese instante puede observarse como la tensión del tren 1 disminuye de forma lógica al encontrarse a partir de ese momento dos trenes en vez de uno circulando simultáneamente en el mismo cantón. Este hecho es equivalente a cuando en un sistema eléctrico aumenta la carga, que las tensiones en los nudos disminuyen.

Por otro lado, puede observarse también, como durante el tiempo en que se encuentran ambos trenes circulando simultáneamente por el cantón, las tensiones de ambos trenes van disminuyendo a medida que ambos se alejan de la subestación de tracción que alimenta al cantón.

Este fenómeno se explica de igual forma que se explicó para el caso de tener un solo tren. A mayor distancia de los trenes con respecto a la subestación, mayor caída de tensión se produce en la catenaria. Como el valor de la tensión de la subestación es constante, si aumenta la caída de tensión en la catenaria, la tensión de los trenes debe disminuir.

La tensión del tren 2 va a ser mayor que la tensión del tren 1, siempre que ambos se encuentren simultáneamente en el cantón. Esto se debe, a que cuando hay dos trenes, aparece una resistencia entre ambos  $R_1$  (ver figura 5.8), y por tanto cae una determinada tensión en dicha resistencia, y por tanto la tensión del tren 2 será:

$$VT2 = V_{R1} + VT1$$

Por último, cabe destacar en la figura 5.10., que cuando el tren 1 sale del cantón una vez que ya ha recorrido toda su longitud  $L$ , al tren 2 todavía le faltan por recorrer los  $d$  Km. correspondientes a la distancia que les separaba. Por tanto, durante esa distancia, el tren 2 se encontrará solo circulando por el cantón y por ello en  $x = 35km$  puede verse como experimenta un aumento la tensión en el tren 2. Finalmente su tensión irá disminuyendo a medida que se vaya acercando al final del cantón.



En cuanto a las intensidades que circulan por ambos trenes a lo largo de todo su recorrido por el cantón, la figura 5.10 presenta cada una de ellas.

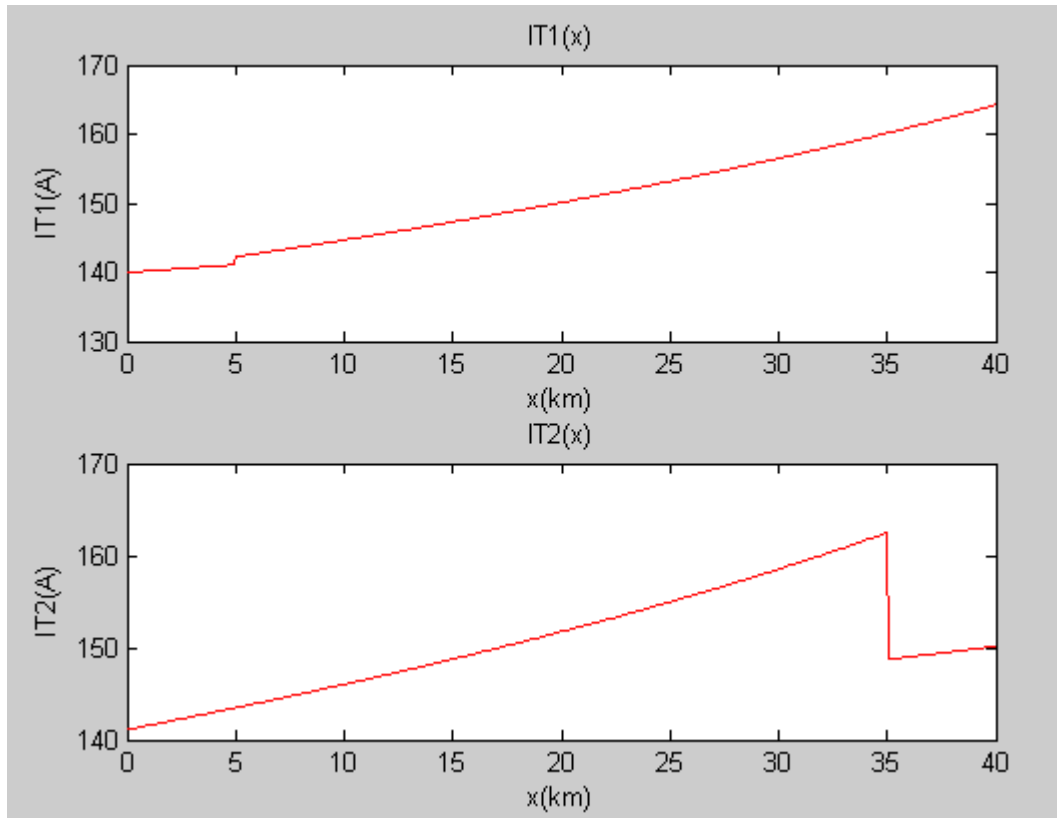


Figura 5.11. Intensidades de ambos trenes en función de su posición.

Al igual, que en el caso de las tensiones, en el primer tramo de la gráfica correspondiente a la intensidad del tren 1, puede verse como la intensidad es menor al encontrarse solo el tren 1 circulando por el cantón. Cuando aparece el segundo tren, la intensidad aumenta como consecuencia de la disminución de tensión que experimenta el tren 1 y como resultado de un aumento en la carga. Hay que recordar que la potencia de ambos trenes tiene que permanecer constante, y por tanto, si las tensiones disminuyen la intensidad debe aumentar para mantener el valor de potencia inalterado.

Puede observarse también en la figura 5.11 cuando se encuentran ya los dos trenes circulando simultáneamente en el cantón, como las intensidades de ambos van aumentando a medida que se alejan de la subestación. Esto es debido a lo explicado anteriormente, para mantener la potencia de los trenes constante, si las tensiones disminuyen con la distancia, las intensidades tendrán que aumentar.

Finalmente, cuando sólo queda el tren 2 circulando, puede comprobarse como el valor de la intensidad consumida disminuye con respecto a la que se tenía con dos trenes. En este caso el problema equivale justamente al resuelto para el caso de un solo tren.



### 5.1.2.4. Mínima potencia de la subestación.

Cuando se encuentran dos trenes circulando por el mismo cantón, (ver figura 5.8), la expresión que proporcionaría el valor de la máxima potencia que puede transferir el circuito pasaría a ser:

$$P_{\max} = \frac{V_{th}^2}{4 \cdot R_{th}} = \frac{V_{cc}^2}{4 \cdot (R_o + R'_2 \cdot (x_1 - d))}$$

Por tanto, a partir de la expresión anterior, se puede concluir, que el valor de la máxima potencia que puede transferir el circuito según el teorema de máxima transferencia de potencia, dependerá de la posición en que se encuentre el tren 1,  $x_1$ .

En concreto, cuando el tren 1 se encuentre al final del cantón, será cuando la carga pueda demandar la menor potencia posible, ya que será cuando la  $x_1$  tenga el valor más alto y por tanto la  $P_{\max}$  sea mínima.

El problema es que, a diferencia del caso en que se podía acotar, según lo anterior, la máxima potencia que podía demandar el tren, para el caso de un solo tren en el cantón, ahora no se puede ya que la carga no está formada solo por un tren sino que:

$$P_{carga} = P_{tren1} + P_{tren2} + (R'_1 \cdot d) \cdot IT_1^2$$

Y dependiendo de los valores que se den para las potencias de los trenes, se obtendrán unos valores de intensidades en el circuito. Por lo que, aunque no se pueda obtener un límite para las potencias de los trenes porque no se conocen las pérdidas en  $R_1$  a priori, se podrá obtener un valor límite de carga, que para los datos con los que se han realizado las simulaciones anteriores sería:

$$P_{\max} = \frac{V_{cc}^2}{4 \cdot (R_o + R'_2 \cdot (x_1 - d))} = \frac{3600^2}{4 \cdot (0.2 + 0.04 \cdot (40 - 5))} = 2.03 \cdot 10^6 W$$



### 5.1.3. Circuito equivalente para tres trenes.

En el siguiente apartado se va a resolver el problema de tracción eléctrica en corriente continua cuando se encuentran tres trenes simultáneamente circulando en un mismo cantón con una topología gamma, es decir, una sola subestación alimenta a todo el cantón. Por simplicidad se va a suponer que las potencias demandadas por todos los trenes van a ser iguales y que no van a cambiar en todo el recorrido.

Por otro lado, también por simplicidad, se supondrán, tanto la distancia entre el tren1 y el tren2, como la distancia entre el tren 2 y el tren 3 (ver figura 5.12) constantes en todo el recorrido del cantón. Sin embargo, ambas distancias podrán ser distintas entre sí.

Este problema se corresponderá inicialmente al problema de un solo tren, hasta que el tren1 haya recorrido una distancia correspondiente a  $x = d_1$  Km. En ese momento se encontrarán en el cantón circulando los trenes uno y dos hasta que el tren 1 haya recorrido  $d_1 + d_2$  Km., y pasará a haber tres trenes circulando por dicho cantón.

Cuando el tren 1 llegue al final de la longitud del cantón, de nuevo volverá a tratarse del problema resuelto anteriormente para dos trenes. Una vez también llegue el tren 2 al final del recorrido, sólo quedará el tren 3 circulando hasta el final del cantón y por tanto, se resolverá el problema de igual forma que cuando solo había un tren en el cantón.

En definitiva, resolver el problema para tres trenes será equivalente a resolver tres problemas distintos: para un tren, para dos trenes y para tres trenes. En este apartado se detalla la obtención de la matriz de admitancias y de la matriz Jacobiana, necesarias para resolver el problema del flujo de cargas para tres trenes mediante el método de Newton Raphson.

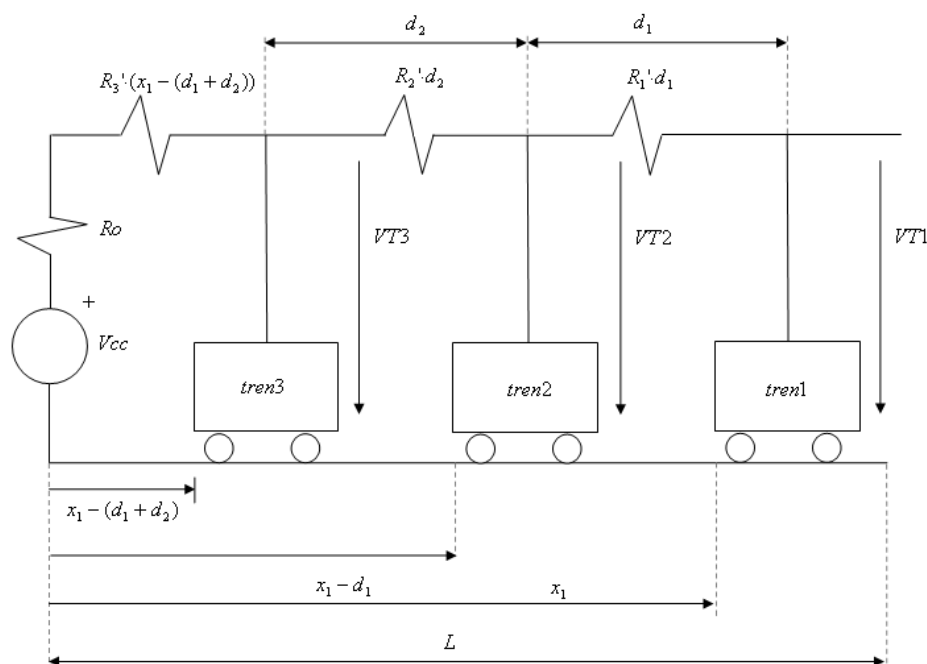


Figura 5.12. Circuito equivalente para tres trenes en un mismo cantón.



A la vista del circuito equivalente, se puede ver como a parte de la caída de tensión en la catenaria, aparecen dos caídas de tensión más. Una ya aparecía en el caso de dos trenes, la correspondiente a los trenes uno y dos, que será la tensión que cae en la resistencia  $R_1' \cdot d_1$ . La otra caída de tensión será la que cae entre los trenes dos y tres, que es la caída de tensión en la resistencia  $R_2' \cdot d_2$ .

### 5.1.3.1. Modo de resolución: flujo de cargas.

De nuevo, la forma en que se va resolver el problema correspondiente a que circulen tres trenes simultáneamente en un mismo cantón, va a ser resolviendo un flujo de cargas. Las entradas serán las potencias de los tres trenes y se obtendrán mediante dicho flujo de cargas, los valores de las tensiones en los nudos donde se encuentran cada uno de los trenes, es decir, las tensiones en los nudos dos, tres y cuatro (ver figura 5.13).

El diagrama unifilar que representa al circuito equivalente anterior para tres trenes, es el que aparece en la figura 5.13:

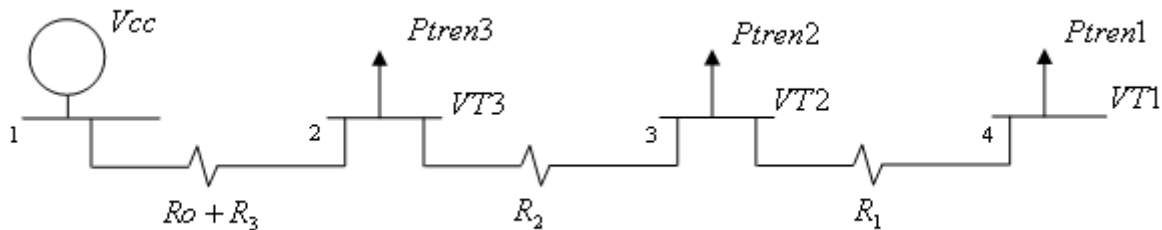


Figura 5.13: Diagrama unifilar para tres trenes.

Siendo:

$R_o$ , la resistencia equivalente de la subestación de tracción.

$$R_1 = R' \cdot d_1$$

$$R_2 = R' \cdot d_2$$

$$R_3 = R' \cdot (x_1 - (d_1 + d_2))$$

$R' = R_1' = R_2'$ , la suma de la resistencia por unidad de longitud correspondiente al carril y a la catenaria.

$V_{cc}$ , la tensión en el nudo 1, correspondiente a la tensión de la subestación.

$VT_3$ , la tensión del nudo 2, correspondiente a la tensión del tren 3.

$VT_2$ , la tensión del nudo 3, correspondiente a la tensión del tren 2.

$VT_1$ , la tensión del nudo 4, correspondiente a la tensión del tren 1.

$P_{tren3}$ , potencia demandada por el tren 3.

$P_{tren2}$ , potencia demandada por el tren 2.

$P_{tren1}$ , potencia demandada por el tren 1.



A la hora de plantear el modelo matemático correspondiente a tres trenes, hay que tener en cuenta que se puede conocer a priori el sentido de las intensidades que se van a dar en el circuito. Esto es así debido a que ninguno de los tres trenes van a generar potencia en algún momento de su recorrido en el cantón. Por tanto, si los tres trenes van a consumir potencia en todo momento, sólo el nudo correspondiente a la subestación será el que genere la potencia necesaria.

Por tanto, la intensidad correspondiente a la subestación, es decir la del nudo 1, será una intensidad saliente. Por el contrario, las intensidades de los demás nudos del modelo, es decir, las correspondientes a los trenes, serán intensidades entrantes en los nudos.

De modo, que las corrientes en los cuatro nudos vendrán dadas por las expresiones:

$$I_1 = \frac{V_1 - V_2}{R_0 + R_3}$$

$$I_2 = \frac{V_1 - V_2}{R_0 + R_3} + \frac{V_3 - V_2}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{V_2 - V_3}{R_2} + \frac{V_4 - V_3}{R_1}$$

$$I_4 = \frac{V_3 - V_4}{R_1}$$

Si se expresan las ecuaciones correspondientes a las intensidades de los nudos en forma matricial se tiene:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_0 + R_3} & \frac{-1}{R_0 + R_3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_0 + R_3} & -\left(\frac{1}{R_0 + R_3} + \frac{1}{R_2}\right) & \frac{1}{R_2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2} & -\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) & \frac{1}{R_1} \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix}$$



Por tanto la matriz de admitancias en el caso de tener tres trenes circulando por el cantón, será de dimensión 4x4 y es la siguiente:

$$Y = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_0 + R_3} & \frac{-1}{R_0 + R_3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_0 + R_3} & -\left(\frac{1}{R_0 + R_3} + \frac{1}{R_2}\right) & \frac{1}{R_2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2} & -\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) & \frac{1}{R_1} \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} \end{pmatrix}$$

La potencia en cada nudo viene dada por la expresión:

$$P_i = \sum_{n=1}^N Y_{i,n} \cdot V_n \cdot V_i$$

En este, caso las potencias que interesa conocer son las de los nudos 2,3, y 4, que son las correspondientes a los trenes 1, 2 y 3. De modo que:

$$P_2 = Y_{2,1} \cdot V_1 \cdot V_2 + Y_{2,2} \cdot V_2^2 + Y_{2,3} \cdot V_3 \cdot V_2 + Y_{2,4} \cdot V_4 \cdot V_2$$

$$P_3 = Y_{3,1} \cdot V_1 \cdot V_3 + Y_{3,2} \cdot V_2 \cdot V_3 + Y_{3,3} \cdot V_3^2 + Y_{3,4} \cdot V_4 \cdot V_3$$

$$P_4 = Y_{4,1} \cdot V_1 \cdot V_4 + Y_{4,2} \cdot V_2 \cdot V_4 + Y_{4,3} \cdot V_3 \cdot V_4 + Y_{4,4} \cdot V_4^2$$

Si se sustituye  $P_2$ ,  $P_3$  y  $P_4$  por  $P_{tren3}$ ,  $P_{tren2}$  y  $P_{tren1}$  respectivamente y del mismo modo se sustituye a las tensiones  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  y  $V_4$  por  $V_{cc}$ ,  $VT3$ ,  $VT2$  y  $VT1$  respectivamente, las expresiones anteriores quedarían:

$$P_{tren3} = Y_{2,1} \cdot V_{cc} \cdot VT3 + Y_{2,2} \cdot VT3^2 + Y_{2,3} \cdot VT2 \cdot VT3 + Y_{2,4} \cdot VT1 \cdot VT3$$

$$P_{tren2} = Y_{3,1} \cdot V_{cc} \cdot VT2 + Y_{3,2} \cdot VT3 \cdot VT2 + Y_{3,3} \cdot VT2^2 + Y_{3,4} \cdot VT1 \cdot VT2$$

$$P_{tren1} = Y_{4,1} \cdot V_{cc} \cdot VT1 + Y_{4,2} \cdot VT3 \cdot VT1 + Y_{4,3} \cdot VT2 \cdot VT1 + Y_{4,4} \cdot VT1^2$$



Para resolver el problema del flujo de cargas mediante el método de Newton Raphson, cuando se tienen tres trenes en un mismo cantón, hay que tener en cuenta que tanto la potencia del tren1 como del tren2 y la del tren 3 dependen de las tensiones del tren1, tren 2 y del tren3. Por tanto hay que plantear la matriz Jacobiana como:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial Ptren3}{\partial VT3} & \frac{\partial Ptren3}{\partial VT2} & \frac{\partial Ptren3}{\partial VT1} \\ \frac{\partial Ptren2}{\partial VT3} & \frac{\partial Ptren2}{\partial VT2} & \frac{\partial Ptren2}{\partial VT1} \\ \frac{\partial Ptren1}{\partial VT3} & \frac{\partial Ptren1}{\partial VT2} & \frac{\partial Ptren1}{\partial VT1} \end{pmatrix}$$

Donde:

$$\frac{\partial Ptren3}{\partial VT3} = Y_{2,1} \cdot V_{cc} + 2 \cdot Y_{2,2} \cdot VT3 + Y_{2,3} \cdot VT2 + Y_{2,4} \cdot VT1$$

$$\frac{\partial Ptren2}{\partial VT2} = Y_{3,1} \cdot V_{cc} + Y_{3,2} \cdot VT3 + 2 \cdot Y_{3,3} \cdot VT2 + Y_{3,4} \cdot VT1$$

$$\frac{\partial Ptren1}{\partial VT1} = Y_{4,1} \cdot V_{cc} + Y_{4,2} \cdot VT3 + Y_{4,3} \cdot VT2 + 2 \cdot Y_{4,4} \cdot VT1$$

$$\frac{\partial Ptren3}{\partial VT2} = Y_{2,3} \cdot VT3; \quad \frac{\partial Ptren2}{\partial VT3} = Y_{3,2} \cdot VT2$$

$$\frac{\partial Ptren3}{\partial VT1} = Y_{2,4} \cdot VT3; \quad \frac{\partial Ptren1}{\partial VT3} = Y_{4,2} \cdot VT1$$

$$\frac{\partial Ptren2}{\partial VT1} = Y_{3,4} \cdot VT2; \quad \frac{\partial Ptren1}{\partial VT2} = Y_{4,3} \cdot VT1$$

Teniendo en cuenta que debido a la disposición del diagrama unifilar para tres trenes los valores correspondientes a la matriz de admitancias:  $Y_{2,4}$ ,  $Y_{3,1}$ ,  $Y_{4,1}$  y  $Y_{4,2}$  son nulos, la matriz Jacobiana finalmente quedará:

$$J = \begin{pmatrix} Y_{2,1} \cdot V_{cc} + 2 \cdot Y_{2,2} \cdot VT3 + Y_{2,3} \cdot VT2 & Y_{2,3} \cdot VT3 & 0 \\ Y_{3,2} \cdot VT2 & Y_{3,2} \cdot VT3 + 2 \cdot Y_{3,3} \cdot VT2 + Y_{3,4} \cdot VT1 & Y_{3,4} \cdot VT2 \\ 0 & Y_{4,3} \cdot VT1 & Y_{4,3} \cdot VT2 + 2 \cdot Y_{4,4} \cdot VT1 \end{pmatrix}$$





### 5.1.3.2. Selección de la solución inicial.

Como se ha explicado para el caso de uno y dos trenes circulando en el mismo cantón, para resolver el flujo de cargas empleando el método iterativo de Newton Raphson, es necesario partir de una solución inicial.

La elección de dicha solución de partida es fundamental ya que, de ello dependerá que la solución a la que converja el método iterativo sea la adecuada. En este problema en particular, como se vio para el caso de un solo tren, dependiendo de la selección que se haga de la solución inicial, se pueden llegar a dos valores distintos para la tensión de cada tren. Esto es debido a que el método de Newton Raphson converge a la solución final que sea más cercana con el punto de partida. En ocasiones puede ocurrir, si se elige una solución inicial muy alejada de la solución final, que el método iterativo no converja.

Por tanto, hay que seleccionar una solución inicial para las tensiones en los trenes, que sea cercana a la solución correcta a la que se desea llegar. Aunque evidentemente no se conoce a priori cuáles van a ser las tensiones en los trenes, si que se puede hacer la hipótesis de que deben de ser valores cercanos a el valor de tensión de la subestación. Lo deseable es que los valores de las tensiones de los trenes no sean muy distintos a los de la tensión de la subestación, porque eso supondría que la caída de tensión en la catenaria sería menor que si las tensiones de los trenes fueran mucho menores que la tensión de la subestación.

Una buena solución de partida podría ser, en consecuencia, que todas las tensiones iniciales de los trenes fueran exactamente igual que el valor de tensión de la subestación, es decir:

$$\begin{pmatrix} VT1o \\ VT2o \\ VT3o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{sub} \\ V_{sub} \\ V_{sub} \end{pmatrix}$$

Con esta solución de partida se procedería a realizar el flujo de cargas mediante el método de Newton Raphson, que ya ha sido explicado anteriormente, convergiendo a la solución final correcta para el valor de tensiones en los trenes y cumpliendo con los valores introducidos de las potencias demandadas por cada tren.



### 5.1.3.3. Solución de las simulaciones.

En el siguiente apartado se van a obtener las soluciones correspondientes tanto de las tensiones como de las intensidades de los trenes. Para ello se va realizar la simulación con el modelo desarrollado para tres trenes con idéntica potencia y constante, y con una distancia entre ellos también constante pero con la posibilidad de que sean diferentes entre sí, con los siguientes datos:

Tensión de la subestación:  $V_{cc} = 3600V$

Resistencia equivalente de la subestación:  $R_o = 0.2\Omega$

Resistencia por unidad de longitud de la catenaria y carril:  $R' = 0.04\Omega/km$

Distancia entre los trenes 1 y 2:  $d_1 = 5km$

Distancia entre los trenes 2 y 3:  $d_2 = 10km$

Longitud del cantón:  $L = 40km$

Potencia de los trenes:  $P_{tren1} = P_{tren2} = P_{tren3} = 0.5MW$

Dicha simulación consiste en resolver los distintos flujos de cargas para cada posición en la que se encuentran los trenes. Hay que recordar que para cada posición de los trenes, equivale a resolver un problema distinto, al variar el valor de las resistencias del circuito.

Los valores obtenidos en las simulaciones de las tensiones de los trenes 1, 2 y 3 (ver figura 5.14), en función de la posición en la que se encuentran, se indican en las siguientes gráficas:

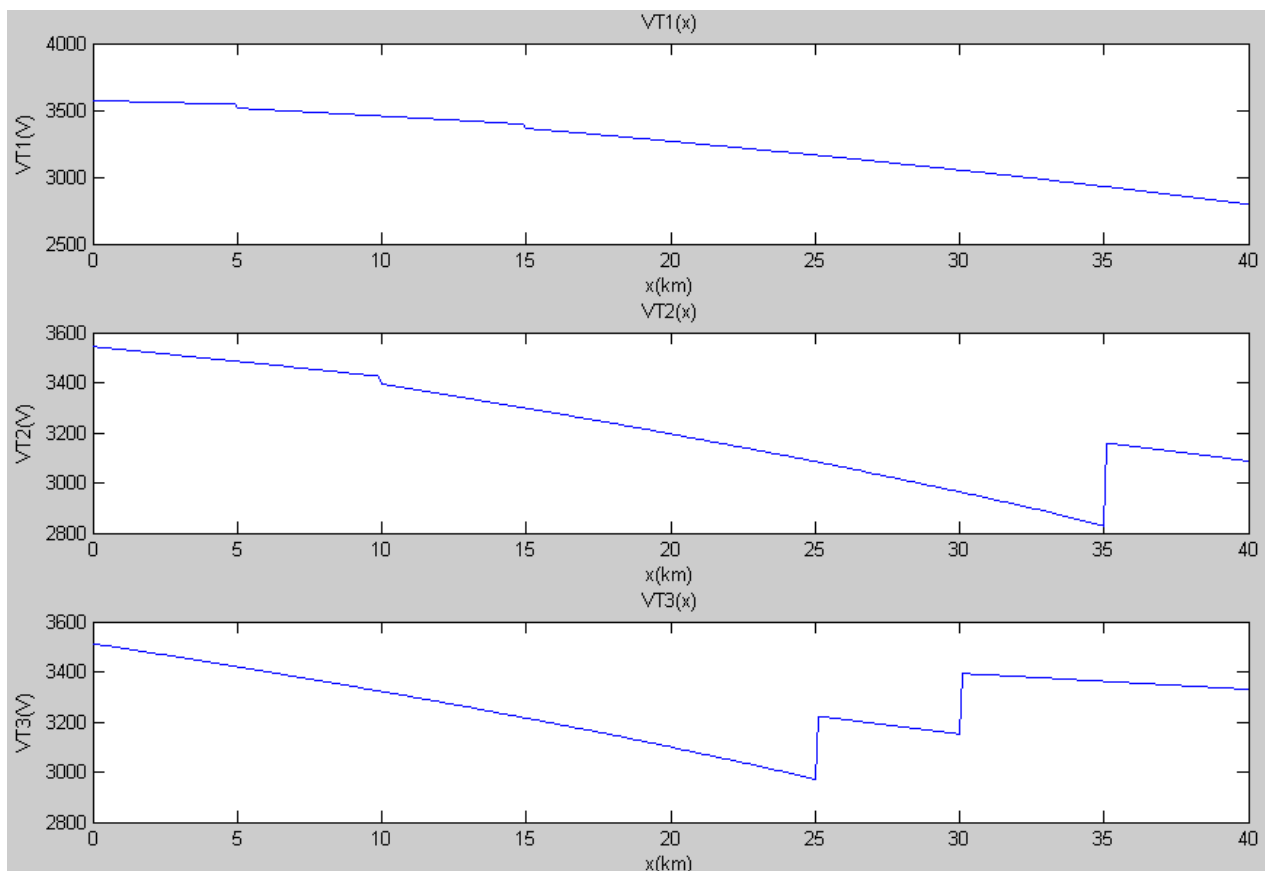


Figura 5.14 Evolución de las tensiones de los trenes a lo largo de su recorrido por el cantón.



Como puede verse en la figura 5.14, inicialmente el tren 1 se encuentra en solitario circulando por el cantón. Cuando éste ha recorrido un espacio igual a la distancia que le separa con el tren 2, (en la simulación realizada  $d_1 = 5km$ ), puede apreciarse una disminución de la tensión del tren 1 como consecuencia de la aparición en el cantón del tren 2. Lo que ocurre es que está aumentando la carga y por tanto las tensiones tienden a disminuir.

El tren2, cuando comienza a circular por el cantón, se encuentra desde el inicio acompañado únicamente por el tren 1. Una vez que el tren 2 ha recorrido un espacio igual que la distancia que le separa con el tren 3, (en la simulación realizada  $d_2 = 10km$ ), puede apreciarse una disminución de la tensión del tren 2 y también en el tren 1, como consecuencia de la aparición en el cantón del tren 3 y por tanto, al producirse un nuevo aumento en la carga total en el circuito.

A partir de este momento, se encontrarán circulando los tres trenes simultáneamente por el mismo cantón hasta que el primer tren llegue al final del mismo, quedando dos trenes aún. Esto explica el aumento de las tensiones cuando el tren 2 se encuentra en  $x = 45km$  y el tren 3 en  $x = 35km$ , que es el instante correspondiente al momento en que el tren 1 sale del cantón.

Lo mismo ocurre cuando el tren 2 termina el recorrido del cantón. El tren 3 pasa a encontrarse solo en el cantón, y por tanto experimente un incremento en su tensión.

Por otro lado, la tensión del tren3, será mayor que la del tren2 y ésta mayor que la del tren1, como consecuencia de la caída de tensión que aparece entre dos trenes contiguos.

Por último hay que destacar como, independientemente del número de trenes que se encuentren circulando simultáneamente en el mismo cantón, las tensiones de los trenes van decreciendo a medida que se van alejando de la subestación. Esto se debe a que el valor de la tensión de la subestación es un valor constante y a medida que se alejan los trenes, la caída de tensión en la catenaria es cada vez mayor y por tanto es necesario que la tensión en los trenes se vaya reduciendo para mantener constante el valor de tensión de la subestación.



Los valores obtenidos en las simulaciones de las intensidades de los trenes 1, 2 y 3 (ver figura 5.15), en función de la posición en la que se encuentran, se indican en las siguientes gráficas:

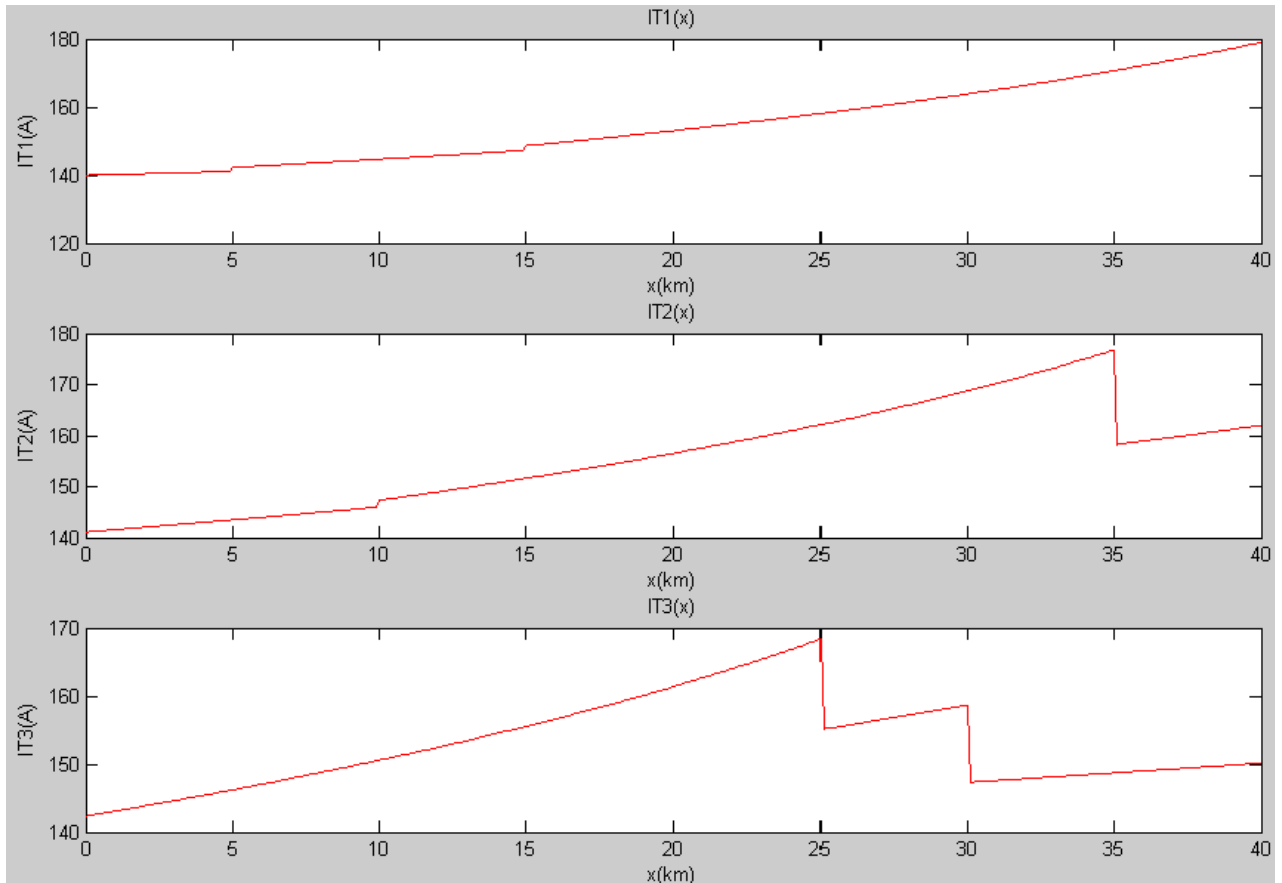


Figura 5.15. Evolución de las intensidades en los trenes en función de su posición.

Después de lo explicado para el caso de las tensiones en los trenes, se puede explicar brevemente la evolución de las corrientes de los trenes en función de su posición.

Puede verse en la figura 5.15 como a medida que se van incorporando al cantón nuevos trenes, se producen incrementos en las corrientes en los trenes como consecuencia de ese aumento en la carga y para mantener la potencia de los trenes constantes ya que su tensión disminuye.

Sin embargo, cuando van llegando los primeros trenes al final del cantón, la carga disminuye y por tanto la intensidad también lo hace.

Por último cabe destacar, como independientemente del número de trenes que se encuentren circulando por el cantón, la intensidad aumenta a mediada que los trenes se encuentran más alejados, como consecuencia de la disminución de sus tensiones.



### 5.1.3.4. Mínima potencia de la subestación.

Según el teorema de máxima transferencia de potencia y a partir del circuito equivalente correspondiente al caso de que se encuentren tres trenes en el mismo cantón, se puede determinar una expresión para obtener el valor de la máxima potencia que el circuito podría transferir a la carga:

$$P_{\max} = \frac{V_{th}^2}{4 \cdot R_{th}} = \frac{V_{cc}^2}{4 \cdot (R_o + R' \cdot (x_1 - (d_1 + d_2)))}$$

Como puede observarse en la expresión anterior, el valor de la máxima potencia que puede transferir el circuito a la carga se irá disminuyendo a medida que el tren1 se aleje con respecto de la subestación. En concreto, cuando el tren1 llegue al final del cantón ( $x_1 = L$  Km.) será la situación más crítica puesto que el valor de la potencia que la carga podría demandar sería el menor posible.

Por otro lado, tal y como se ha mencionado, el valor de la máxima potencia transferible por el circuito, debe ser igual al consumo de la carga compuesta tanto por la demanda de los trenes como por las pérdidas, es decir:

$$P_{carga} = P_{tren1} + P_{tren2} + P_{tren3} + \frac{(VT3 - VT2)^2}{R_2' \cdot d} + \frac{(VT2 - VT1)^2}{R_1' \cdot d} = P_{\max}$$

Al igual que pasaba para el caso de que circularan dos trenes en el mismo cantón, es difícil poder establecer un límite para la máxima potencia que pueden demandar los trenes, Esto es debido a que aparecen en la expresión anterior los términos correspondientes a las pérdidas en la catenaria y que dependen de los valores obtenidos una vez realizada la simulación. Por tanto hasta que no se realizara el flujo de cargas no se dispondría de los valores de las tensiones y por tanto de las pérdidas. El problema radica en que es necesario tener como dato precisamente lo que se desearía limitar, que son las potencias de los trenes, para poder realizar el flujo de cargas.

No obstante, lo que si se puede limitar es cuál debería de ser la mínima potencia en la subestación que asegure que, cuando se encuentren los tres trenes circulando en el cantón, la subestación pueda ser capaz de cubrir su demanda además de las pérdidas.

Para ello, si se utilizan los mismos datos que los empleados en las simulaciones anteriores de tensión en la subestación, distancia entre trenes, longitud del cantón y resistencia en catenaria y subestación, se obtendría que, para la situación más crítica ( $x_1 = L$ ):

$$P_{\max} = \frac{V_{th}^2}{4 \cdot R_{th}} = \frac{V_{cc}^2}{4 \cdot (R_o + R' \cdot (x_1 - (d_1 + d_2)))} = \frac{3600^2}{4 \cdot (0.2 + 0.04 \cdot (40 - (5 + 10)))} = 2.7 \cdot 10^6 W$$

Por tanto, la mínima potencia para la que se debe diseñar la subestación sería

$$P_{\min} = 2.7 MW$$



### 5.1.4. Circuito equivalente para “n” trenes.

En el siguiente apartado se va a desarrollar el modelo matemático para el caso más general de que se encuentren “n” trenes circulando simultáneamente en el mismo cantón. Por tanto, las entradas del problema serán, por un lado, el número de trenes que decida el usuario, y por otro, la potencia de cada uno de los trenes. Por simplicidad, se supondrá que la potencia de todos los trenes será la misma y que ésta permanecerá siempre constante a lo largo de todo el recorrido de los trenes por el cantón.

En los casos estudiados anteriormente para dos y tres trenes circulando en el cantón, se vio como el problema se podía descomponer en otros más simples. Es decir, inicialmente solo se encontraba el primer tren circulando y se iban incorporando el resto de trenes sucesivamente hasta que llegaba el último. De igual forma, se iba reduciendo el número de trenes cuando éstos iban llegando al final del cantón, hasta que únicamente quedaba el último tren. Por tanto, era equivalente a resolver, en algunos momentos, el problema para un tren, a continuación para dos y por último para tres si procedía.

En esta ocasión no se va a resolver el problema con el mismo procedimiento de ir añadiendo trenes en el cantón hasta llegar a los “n” trenes, y posteriormente ir reduciendo el número hasta que el último tren termine su recorrido. Para el caso de “n” trenes se va a partir de una situación inicial en la que se encontrarán inicialmente los “n” trenes circulando por el mismo cantón (ver figura 5.16).

La distancia entre los trenes, a diferencia también de los modelos estudiados anteriormente para dos y tres trenes, no va a ser un dato del problema. En este caso, se supondrá que la distancia entre los trenes será la misma entre todos los trenes y se obtendrá según la siguiente expresión:

$$d = \frac{L}{n-1}$$

Donde  $L$  es la longitud del cantón y  $n$  el número de trenes.

El motivo por el que se toma dicho valor de la distancia, se explicará detalladamente en el siguiente capítulo de optimización.

Según esto, si inicialmente se encuentran los “n” trenes, la disposición inicial será como la que aparece en la figura 5.16. Justo en el instante después, el tren que se encuentra al final del cantón, habrá desaparecido al salir ya a la zona neutra entre cantones. Por tanto, se da un nuevo problema pero en este caso para “n-1” trenes (ver figura 5.17). En este nuevo problema puede verse como aparece una resistencia variable con la distancia,  $R'_{n+1} \cdot x$  entre el último tren y la resistencia de la subestación,  $R_o$ . Cuando el tren que está más cercano a la subestación haya recorrido justamente un espacio igual al valor de la distancia entre trenes,  $d$ , entrará en el cantón un nuevo tren a continuación del que era el último tren hasta ese momento. En ese instante, el problema pasará de nuevo a ser igual que el inicial de “n” trenes.



Por tanto, la solución al problema correspondiente a que haya “n” trenes circulando por el cantón, corresponderá a resolver alternativamente, un flujo de cargas para “n” trenes donde ninguna resistencia será variable con la distancia, y otro flujo de cargas donde el número de trenes sea “n-1”. Este segundo flujo de cargas habrá que emplearlo mientras  $x < d$ , es decir, hasta que el último tren haya recorrido  $d$  Km. La solución de dicho flujo de cargas dependerá por tanto, de la posición en la que se encuentre el último tren.

A continuación se muestran los circuitos equivalentes que se dan para el caso de que circulen “n” trenes por el mismo cantón. El de la figura 5.16 se corresponde al instante en que se encuentran los “n” trenes circulando y el de la figura 5.17 cuando pasa a haber “n-1” trenes circulando simultáneamente en el cantón.

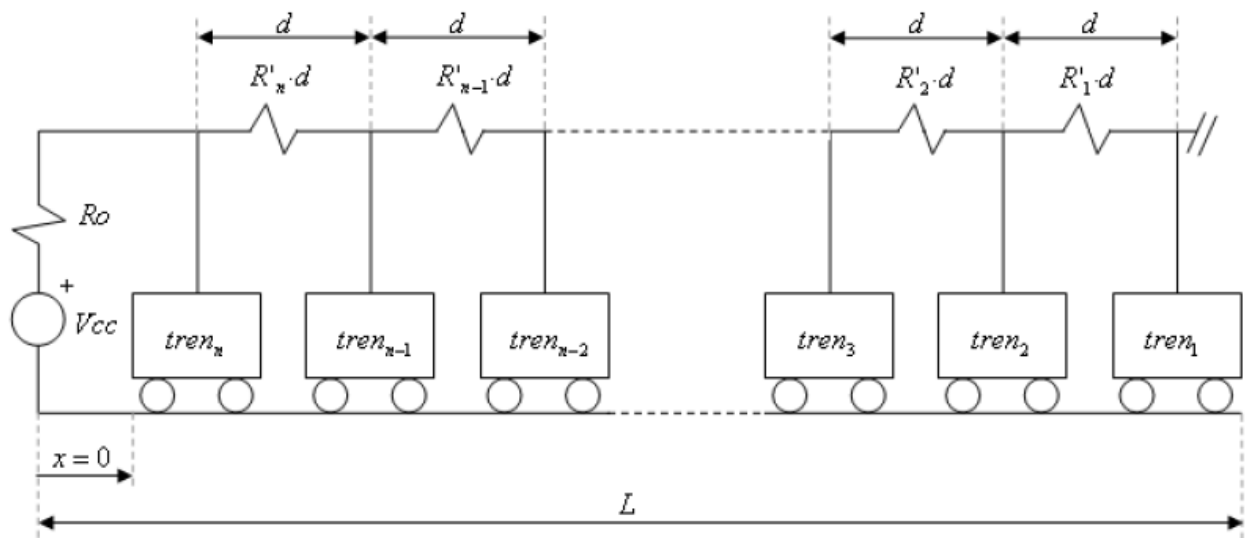


Figura 5.16. Circuito equivalente cuando se encuentran “n” trenes en el cantón.

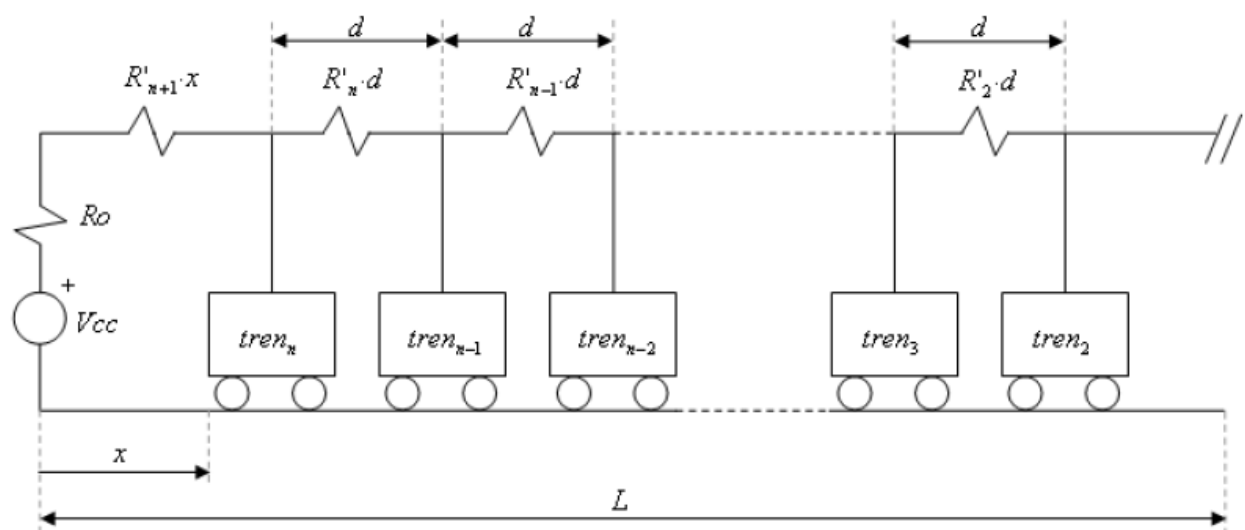


Figura 5.17. Circuito equivalente cuando se encuentran “n-1” trenes en el cantón.

### 5.1.4.1. Modo de resolución: flujo de cargas.

Teniendo en cuenta lo que se ha explicado anteriormente, es necesario plantear matemáticamente dos problemas distintos que resuelvan dos tipos de flujos de cargas. Un problema sería el correspondiente al instante en el que se encuentran los “n” trenes circulando en el cantón, y otro problema para cuando pase a haber “n-1” trenes.

#### Flujo de cargas para “n” trenes:

El diagrama unifilar que representa al circuito equivalente anterior para “n” trenes, es el que aparece en la figura 5.18:

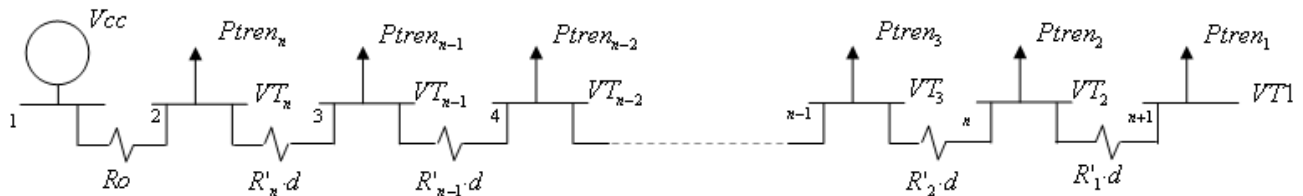


Figura 5.18. Diagrama unifilar para “n” trenes.

Siendo:

$R_o$ , la resistencia equivalente de la subestación de tracción.

$R'_i = R'$ , para  $i = 1 \dots n$ , (siendo  $n$  el número de trenes), las resistencias por unidad de longitud correspondientes al carril y a la catenaria.

$d$ , la distancia entre trenes.

$V_{cc}$ , la tensión en el nudo 1, correspondiente a la tensión de la subestación.

$VT_i$ , para  $i = 1 \dots n$ , (siendo  $n$  el número de trenes), la tensión de cada tren  $i$ .

$P_{tren_i}$ , para  $i = 1 \dots n$ , (siendo  $n$  el número de trenes), la potencia demandada por cada tren  $i$ .

Para plantear la matriz de admitancias correspondiente al caso de “n” trenes circulando en el cantón, necesaria para la resolución del flujo de cargas, se puede considerar previamente el sentido de las intensidades de cada nudo del diagrama unifilar anterior.

En esta simulación se va a considerar que los trenes no van a generar potencia en ningún momento. Es decir, los trenes van a consumir en todo instante un determinado valor de potencia. Por tanto, el nudo que proporcionará la potencia necesaria para cubrir la demanda será el nudo correspondiente al de la subestación. De modo que la intensidad de la subestación, será una intensidad saliente del nudo 1. En el resto de los nudos, correspondientes a cada uno de los trenes, las intensidades serán entrantes.





Teniendo en cuenta este criterio de intensidades, se pueden plantear las siguientes expresiones para las intensidades correspondientes a cada nudo, siendo el número de nudos en el sistema igual a  $n+1$  y siendo “ $n$ ” el número de trenes. Las siguientes expresiones son válidas para cualquier número de trenes,  $n$ :

$$I_1 = \frac{V_1 - V_2}{R_o} = \frac{V_1}{R_o} - \frac{V_2}{R_o}$$

$$I_2 = \frac{V_1 - V_2}{R_o} + \frac{V_3 - V_2}{R' \cdot d} = \frac{V_1}{R_o} - \left( \frac{1}{R_o} + \frac{1}{R' \cdot d} \right) \cdot V_2 + \frac{V_3}{R' \cdot d}$$

$$I_i = \frac{V_{i-1} - V_i}{R' \cdot d} + \frac{V_{i+1} - V_i}{R' \cdot d} = \frac{V_{i-1}}{R' \cdot d} - \frac{2 \cdot V_i}{R' \cdot d} + \frac{V_{i+1}}{R' \cdot d} \quad i = 3 \dots n$$

$$I_{i=n+1} = \frac{V_{i-1} - V_i}{R' \cdot d} = \frac{V_{i-1}}{R' \cdot d} - \frac{V_i}{R' \cdot d}$$

Si se expresan las anteriores ecuaciones, correspondientes a las intensidades en cada nudo, en forma matricial se tiene que:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ I_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/R_o & -1/R_o & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 1/R_o & -(1/R_o + 1/R' \cdot d) & 1/R' \cdot d & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 1/R' \cdot d & -2/R' \cdot d & * & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & * & * & * & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & * & * & * & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & * & -2/R' \cdot d & 1/R' \cdot d \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1/R' \cdot d & -1/R' \cdot d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_n \\ V_{n+1} \end{pmatrix}$$

Por tanto la matriz de admitancias cuando se encuentran los “ $n$ ” trenes circulando en el cantón es de dimensiones  $(n+1, n+1)$  y tendrá la forma general:

$$Y = \begin{pmatrix} 1/R_o & -1/R_o & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 1/R_o & -(1/R_o + 1/R' \cdot d) & 1/R' \cdot d & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 1/R' \cdot d & -2/R' \cdot d & * & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & * & * & * & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & * & * & * & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & * & -2/R' \cdot d & 1/R' \cdot d \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1/R' \cdot d & -1/R' \cdot d \end{pmatrix}$$



Como puede verse, la matriz de admitancias es una matriz prácticamente diagonal, donde el resto de elementos serán 0, con excepción de la diagonal superior e inferior a la diagonal principal.

La matriz Jacobiana para el caso de “n” trenes tendrá dimensiones  $(n,n)$ , es decir, tendrá tantas filas y columnas como número de trenes y se obtendrá a partir de la siguiente expresión:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial Ptren_n}{\partial VT_n} & * & * & \frac{\partial Ptren_n}{\partial VT_2} & \frac{\partial Ptren_n}{\partial VT_1} \\ * & & & & * \\ * & & & & * \\ \frac{\partial Ptren_2}{\partial VT_n} & * & * & \frac{\partial Ptren_2}{\partial VT_2} & \frac{\partial Ptren_2}{\partial VT_1} \\ \frac{\partial Ptren_1}{\partial VT_n} & * & * & \frac{\partial Ptren_1}{\partial VT_2} & \frac{\partial Ptren_1}{\partial VT_1} \end{pmatrix}$$

La potencia en cada nudo  $i$ , viene dada por la expresión:

$$P_i = \sum_{n=1}^N Y_{i,n} \cdot V_n \cdot V_i$$

Donde  $N$  es el número total de nudos.

Por tanto, los elementos de la matriz Jacobiana se obtendrán:

$$\frac{\partial Ptren_i}{\partial VT_j} = \frac{\partial}{\partial VT_j} \left( \sum_{m=1}^N Y_{n+2-i,m} \cdot V_m \cdot V_i \right)$$

Donde:

$i, j$  es el número de tren:  $i, j = 1 \dots n$ .

$n$  el número total de trenes.



### Flujo de cargas para “n-1” trenes:

El diagrama unifilar que representa al circuito equivalente anterior para “n-1” trenes, es el que aparece en la figura 5.19:

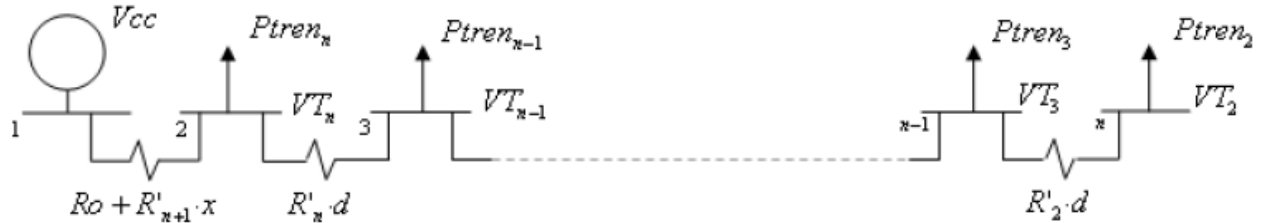


Figura 5.19. Diagrama unifilar para “n-1” trenes.

Siendo:

$R_o$ , la resistencia equivalente de la subestación de tracción.

$R'_i = R'$ , para  $i = 2 \dots n+1$ , (siendo  $n$  el número de trenes), las resistencias por unidad de longitud correspondientes al carril y a la catenaria.

$d$ , la distancia entre trenes.

$V_{cc}$ , la tensión en el nudo 1, correspondiente a la tensión de la subestación.

$VT_i$ , para  $i = 2 \dots n$ , (siendo  $n$  el número de trenes), la tensión de cada tren  $i$ .

$Ptren_i$ , para  $i = 2 \dots n$ , (siendo  $n$  el número de trenes), la potencia demandada por cada tren  $i$ .

Teniendo en cuenta el mismo criterio de los sentidos de las intensidades de cada nudo que en el caso anterior correspondiente a “n” trenes, las expresiones que proporcionan el valor de las corrientes en los nudos:

$$I_1 = \frac{V_1 - V_2}{R_o + R' \cdot x} = \frac{V_1}{R_o + R' \cdot x} - \frac{V_2}{R_o + R' \cdot x}$$

$$I_2 = \frac{V_1 - V_2}{R_o + R' \cdot x} + \frac{V_3 - V_2}{R' \cdot d} = \frac{V_1}{R_o + R' \cdot x} - \left( \frac{1}{R_o + R' \cdot x} + \frac{1}{R' \cdot d} \right) \cdot V_2 + \frac{V_3}{R' \cdot d}$$

$$I_i = \frac{V_{i-1} - V_i}{R' \cdot d} + \frac{V_{i+1} - V_i}{R' \cdot d} = \frac{V_{i-1}}{R' \cdot d} - \frac{2 \cdot V_i}{R' \cdot d} + \frac{V_{i+1}}{R' \cdot d} \quad i = 3 \dots n-1$$

$$I_{i=n} = \frac{V_{i-1} - V_i}{R' \cdot d} = \frac{V_{i-1}}{R' \cdot d} - \frac{V_i}{R' \cdot d}$$



Si se expresan las anteriores ecuaciones, correspondientes a las intensidades en cada nudo, en forma matricial se tiene que:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ I_{n-1} \\ I_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_o + R' \cdot x} & -\frac{1}{R_o + R' \cdot x} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \frac{1}{R_o + R' \cdot x} & -\left(\frac{1}{R_o + R' \cdot x} + \frac{1}{R' \cdot d}\right) & \frac{1}{R' \cdot d} & \cdot & & & \cdot \\ 0 & \frac{1}{R' \cdot d} & -\frac{2}{R' \cdot d} & * & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & * & * & * & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & * & * & * & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & * & -\frac{2}{R' \cdot d} & \frac{1}{R' \cdot d} \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \frac{1}{R' \cdot d} & -\frac{1}{R' \cdot d} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ V_{n-1} \\ V_n \end{pmatrix}$$

Por tanto la matriz de admitancias cuando se encuentran “n-1” trenes circulando en el cantón es de dimensiones (n,n) y tendrá la forma general:

$$Y = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_o + R' \cdot x} & -\frac{1}{R_o + R' \cdot x} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \frac{1}{R_o + R' \cdot x} & -\left(\frac{1}{R_o + R' \cdot x} + \frac{1}{R' \cdot d}\right) & \frac{1}{R' \cdot d} & \cdot & & & \cdot \\ 0 & \frac{1}{R' \cdot d} & -\frac{2}{R' \cdot d} & * & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & * & * & * & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & * & * & * & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & * & -\frac{2}{R' \cdot d} & \frac{1}{R' \cdot d} \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \frac{1}{R' \cdot d} & -\frac{1}{R' \cdot d} \end{pmatrix}$$

Si se compara esta matriz de admitancias con la que se obtuvo para el caso de “n” trenes, puede verse como la diferencia entre ambas, además de la dimensión, es la aparición de la resistencia  $R' \cdot x$ .

Para el caso particular de  $n = 2$  trenes, se tienen dos situaciones: en primer lugar, que se encuentren dos trenes circulando simultáneamente en el mismo cantón, y a continuación solo uno, hasta que éste recorra un espacio igual a la distancia que tiene con el siguiente tren, que en este caso coincidiría con la longitud del cantón. En esta situación, cuando sólo hay un tren circulando, la matriz de admitancias sería diferente ya que desaparecería la resistencia  $R' \cdot d$ , quedando una matriz:

$$Y = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_o + R' \cdot x} & -\frac{1}{R_o + R' \cdot x} \\ \frac{1}{R_o + R' \cdot x} & -\frac{1}{R_o + R' \cdot x} \end{pmatrix}$$



La matriz Jacobiana para el caso de “n-1” trenes tendrá dimensiones  $(n-1, n-1)$ , es decir, tendrá tantas filas y columnas como número de trenes que se encuentren circulando en ese momento y se obtendrá a partir de la siguiente expresión:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial Ptren_n}{\partial VT_n} & * & * & \frac{\partial Ptren_n}{\partial VT_2} & \frac{\partial Ptren_n}{\partial VT_1} \\ * & & & & * \\ * & & & & * \\ \frac{\partial Ptren_3}{\partial VT_n} & * & * & \frac{\partial Ptren_3}{\partial VT_2} & \frac{\partial Ptren_3}{\partial VT_1} \\ \frac{\partial Ptren_2}{\partial VT_n} & * & * & \frac{\partial Ptren_2}{\partial VT_2} & \frac{\partial Ptren_2}{\partial VT_1} \end{pmatrix}$$

La potencia en cada nudo  $i$ , viene dada por la expresión:

$$P_i = \sum_{n=1}^N Y_{i,n} \cdot V_n \cdot V_i$$

Donde  $N$  es el número total de nudos.

Por tanto, los elementos de la matriz Jacobiana se obtendrán:

$$\frac{\partial Ptren_i}{\partial VT_j} = \frac{\partial}{\partial VT_j} \left( \sum_{m=1}^N Y_{n+2-i,m} \cdot V_m \cdot V_i \right)$$

Donde:

$i, j$  es el número de tren:  $i, j = 2..n$ .  
 $n$  el número total de trenes.



### 5.1.4.2. Selección de la solución inicial.

Según lo explicado para las simulaciones anteriores correspondientes a tener uno, dos y tres trenes circulando en el cantón, la solución inicial que se va a seleccionar para el caso de tener “n” trenes y para cuando pase a haber “n-1” trenes, será que las tensiones en todos los trenes partan de un mismo valor e igual a la tensión de la subestación.

$$\begin{pmatrix} VT_1 \\ VT_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ VT_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Vcc \\ Vcc \\ \cdot \\ \cdot \\ Vcc \end{pmatrix}$$

### 5.1.4.3. Solución de las simulaciones.

Una vez que ya se tienen desarrolladas tanto las matrices de admitancias y las matrices Jacobianas, para las dos situaciones que se van a dar en la simulación para el caso de que se encuentran “n” trenes circulando, y partiendo de la solución inicial indicada en el anterior apartado, se puede pasar a resolver el flujo de cargas para “n” trenes utilizando el método de iteración de Newton-Raphson.

Se van a realizar dos simulaciones, empleando el modelo desarrollado para “n” trenes. La primera simulación que se va a realizar será para  $n = 4$  trenes y la segunda para  $n = 6$  trenes. En ambas simulaciones se va a estudiar como evoluciona la tensión y la corriente **del tren que inicialmente se encuentra más cercano a la subestación**, desde el momento inicial en el que entraría en el cantón, hasta que llega al final del recorrido del cantón.

Los datos que se van a emplear para ambas simulaciones van a ser los mismos, a excepción del valor de la distancia entre trenes que será distinta en cada caso, y son los que se muestran a continuación:

Tensión de la subestación:  $Vcc = 3600V$

Resistencia equivalente de la subestación:  $Ro = 0.2\Omega$

Resistencia por unidad de longitud de la catenaria y carril:  $R' = 0.04\Omega/km$

Longitud del cantón:  $L = 40km$

Potencia de los trenes:  $P_{tren_i} = 0.5MW$



### Simulación para $n = 4$ trenes:

En la siguiente figura se representan los resultados obtenidos en la simulación realizada para el caso de  $n = 4$  trenes, en relación con los valores de la tensión correspondiente al tren que inicialmente se encuentra en el punto de alimentación de la subestación con la catenaria ( $x = 0$  Km.), y durante todo su recorrido hasta el final del cantón:

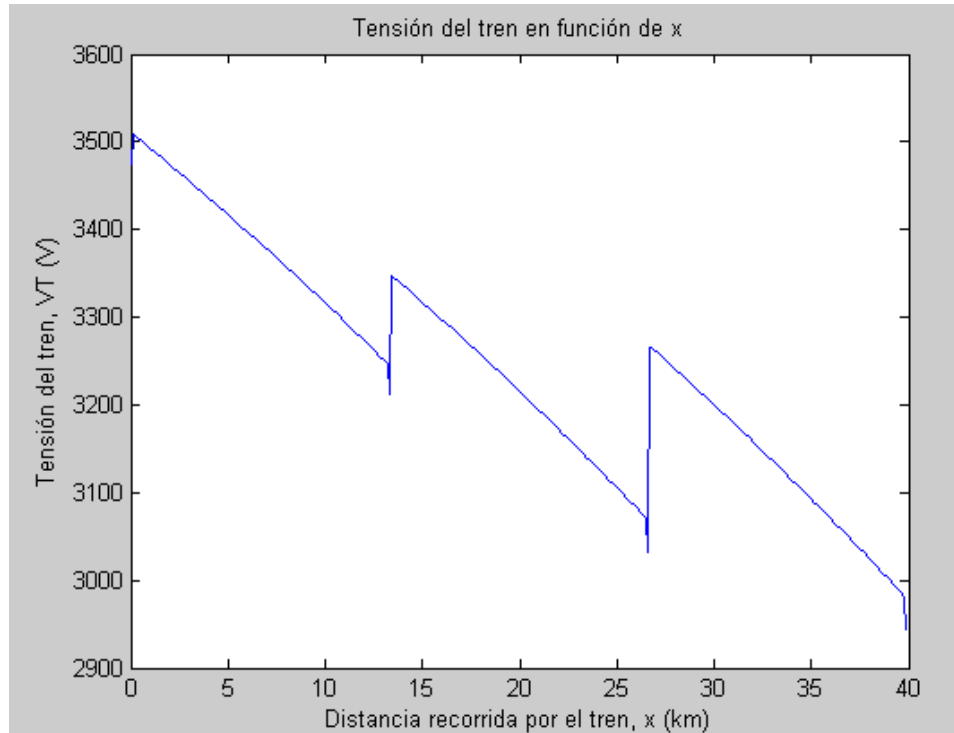


Figura 5.20. Evolución de la tensión del tren con la distancia recorrida.

En la figura 5.20, correspondiente a la evolución de la tensión en el tren con la distancia que éste recorre, pueden observarse unos cambios puntuales bruscos en la tensión y otras zonas donde la tensión tiene una tendencia decreciente con la distancia.

Los cambios bruscos se producen en los instantes en que entran o salen los trenes en el cantón. Es decir, en el instante inicial se encuentran los cuatro trenes en el cantón y a continuación, pasa a haber tan solo tres trenes. Como consecuencia, se produce un aumento en la tensión, debido a que hay menor número de trenes demandando potencia,  $n-1$ , (en la simulación realizada serían tres trenes). Cuando el tren ha recorrido un espacio igual a la distancia con respecto al tren que circula por detrás de él, vuelve a haber cuatro trenes, y por tanto se produce una disminución brusca en la tensión.

Para el caso de tener  $n = 4$  trenes, la distancia entre los trenes será la que resulta de:

$$d = \frac{L}{n-1} = \frac{40}{4-1} = 13.33 \text{ km}$$



Por tanto, cada vez que el tren que esté más próximo a la subestación recorra una distancia igual a  $d = 13.33\text{km}$ , en el cantón se encontrarán los cuatro trenes y se producirá esa disminución brusca en la tensión. Justo en el siguiente instante, al salir el tren que va en ese momento primero del cantón, el número de trenes vuelve a ser de tres y la tensión del tren experimentará en este caso un aumento brusco en su valor.

Los tramos en que se produce esa disminución de la tensión con la distancia, se corresponden a los casos en que se encuentran “n-1” trenes en el cantón, es decir mientras  $x < d$  (ver figura 5.17). Durante ese periodo, a medida que los trenes se van alejando de la subestación, la resistencia en la catenaria  $R'_{n+1} \cdot x$ , va aumentando su valor y por tanto su caída de tensión. Si la tensión de la subestación es constante, al aumentar la tensión en la catenaria con la distancia, la tensión en el tren tendrá que ir disminuyendo.

En cuanto a la intensidad en el tren, la figura 5.21 representa su evolución a lo largo de todo el recorrido del tren en el cantón.

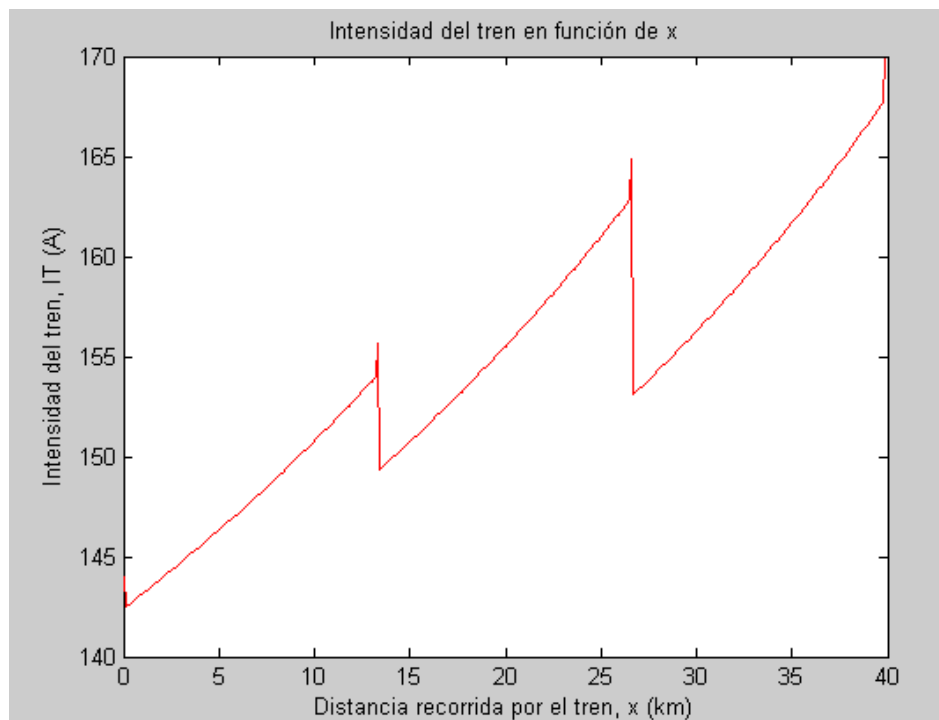


Figura 5.21. Evolución de la intensidad en el tren con la distancia recorrida.

Del mismo modo que en el caso de la tensión, la intensidad en el tren experimenta cambios bruscos en los momentos en que entra o sale un nuevo tren en el cantón. Cuando se incorpora un tren en el cantón, pasa haber de nuevo, en este caso en concreto, cuatro trenes. En este momento al aumentar la carga la intensidad aumenta su valor.





Por el contrario, cuando sale un tren del cantón, pasa a haber de cuatro a tres trenes circulando, con lo que la carga se reduce y por tanto se reduce la intensidad demandada.

En cuanto a la tendencia creciente de las intensidades mientras que  $0 < x < d$  Km., se debe a que la potencia de los trenes es constante y si las tensiones disminuyen con la distancia, para mantener constante el producto tensión e intensidad en el tren, ésta debe aumentar con la distancia.

### Simulación para $n = 6$ trenes:

Para comprender mejor el comportamiento de la tensión y la intensidad en el tren, cuando se encuentran circulando “n” trenes en el cantón, se va a añadir los resultados obtenidos en la simulación para el caso particular de  $n = 6$  trenes.

En la figura 5.22 se representa la evolución del valor de la tensión del tren más próximo a la subestación, desde que entra hasta que sale en el cantón, cuando el número de trenes es  $n = 6$ .

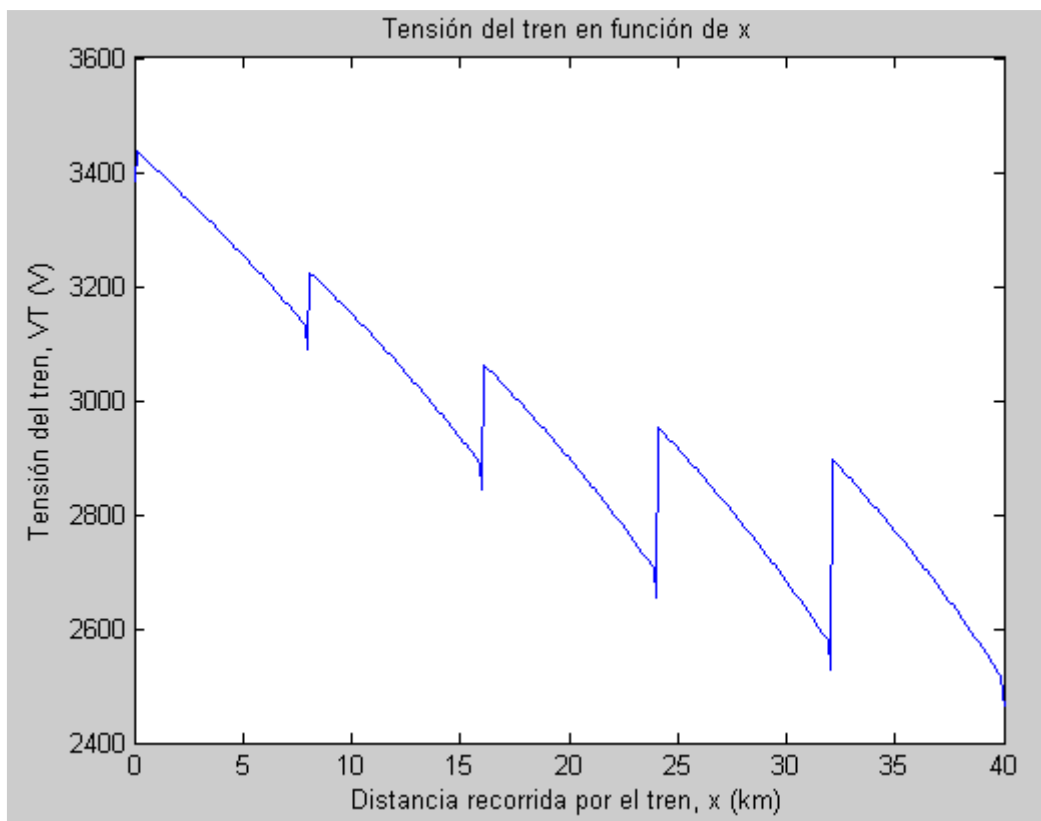


Figura 5.22. Evolución de la tensión en el tren con la distancia recorrida.

El comportamiento de la tensión es análogo al explicado para  $n = 4$  trenes. Cabe destacar que se dan seis cambios bruscos de tensión, que es el número de veces que el tren se encuentra con otros cinco trenes desde que entra en el cantón hasta el momento que llega al final. Por otro lado las tensiones disminuyen con la distancia, así como los picos de tensión también son menores a



medida que el tren se encuentra más alejado de la subestación. La explicación es la misma que se dio para el caso de  $n = 4$  trenes.

En cuanto a la intensidad en el tren, la figura 5.23 representa su evolución a lo largo de todo el recorrido del tren en el cantón.

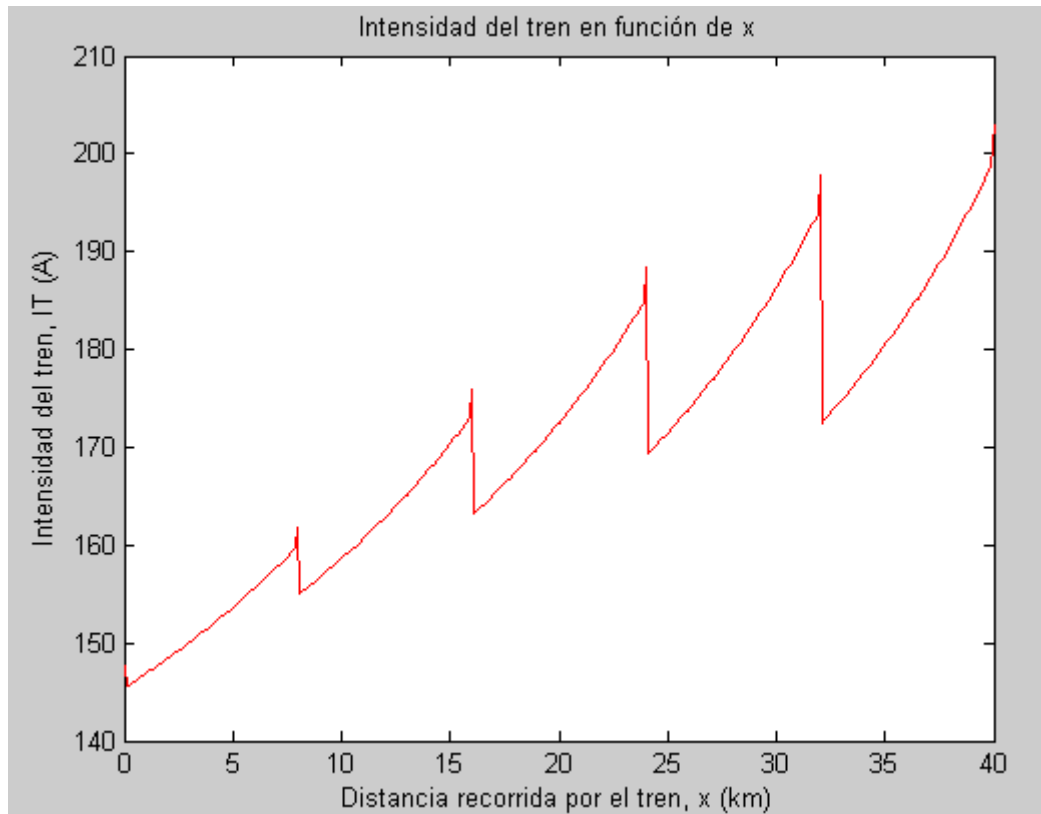


Figura 5.23. Evolución de la intensidad en el tren con la distancia recorrida.

Se puede observar en la figura 5.23, el mismo comportamiento de la corriente que se vio para el caso de  $n = 4$  trenes. En este caso, al ser  $n = 6$  trenes, el número de cambios bruscos en la tensión pasa a ser de cuatro a seis. La explicación de la tendencia creciente de la intensidad en el tren es la misma que para el caso de  $n = 4$  trenes.

En conclusión, el comportamiento de la tensión y la intensidad en el tren será siempre la misma e independiente del número de trenes que se encuentren circulando simultáneamente en el mismo cantón:

Las tensiones serán decrecientes con la distancia y el número de cambios bruscos en la tensión coincidirá con el número de trenes que se escoja en la simulación ya que serán los instantes en que coinciden los " $n$ " trenes a la vez en el cantón.



Las intensidades, por el contrario, serán siempre crecientes a medida que se alejen los trenes con respecto de la subestación. Los momentos en que se produzcan los cambios bruscos en la intensidad serán los mismos que para el caso de las tensiones.

#### 5.1.4.4. Máximo número de trenes “n” y máxima potencia de cada tren.

El modelo desarrollado para realizar las simulaciones permite introducir el número de trenes que se deseen y la potencia de cada uno, siendo ésta igual y constante para todos los trenes. Sin embargo, no es posible que en un mismo cantón se encuentren un número ilimitado de trenes debido al **teorema de máxima transferencia de potencia**.

Básicamente el número máximo de trenes que pueden coincidir en un mismo cantón circulando, dependerá de la tensión de alimentación de la subestación y de la resistencia en la catenaria, ya que según se explicó al hablar del teorema de máxima transferencia de potencia, el valor máximo de la potencia que el circuito puede transferir a la carga será:

$$P_{\max} = \frac{V_{th}^2}{4 \cdot R_{th}}$$

Tal y como se ha explicado, para el caso de “n” trenes, se dan dos situaciones posibles:

- Cuando se encuentran los “n” trenes; en ese caso la expresión anterior será equivalente a:

$$P_{\max} = \frac{V_{cc}^2}{4 \cdot R_o}$$

- Cuando se encuentran “n-1” trenes; en ese caso la expresión anterior pasa a ser:

$$P_{\max} = \frac{V_{cc}^2}{4 \cdot (R_o + R'_{n+1} \cdot x)}$$

Si se comparan ambas expresiones para el valor máximo de potencia que puede demandar la carga, puede verse como el caso más crítico se da cuando el número de trenes es “n-1”. En contra de lo que se podía haber pensado, la situación más crítica no se da cuando se encuentran los “n” trenes a la vez. Esto se debe a la aparición de la resistencia  $R'_{n+1} \cdot x$ , que hace que el valor de  $P_{\max}$  disminuya a medida que se alejan los trenes de la subestación.



Por tanto, el número máximo de trenes que pueden circular simultáneamente en el mismo cantón será el que cumpla en cada instante con el siguiente balance de potencias:

$$\frac{V_{cc}^2}{4 \cdot (R_o + R'_{n+1} \cdot x)} \geq n \cdot P_{tren} + P_{pérdidas}$$

Lo que impide poder resolver analíticamente la expresión anterior y obtener un número máximo de trenes, es que dependiendo de cuál sea la potencia de los trenes, la solución del flujo de cargas será la que proporcione el valor de las pérdidas. Pero para resolver el flujo de cargas hay que introducir el número de trenes, que precisamente es lo que se desea limitar. Por tanto sería necesario partir de una hipótesis, por ejemplo para las pérdidas, que permita obtener de forma analítica el número máximo de trenes.

En el presente proyecto fin de carrera, se ha optado por no desarrollar una solución analítica que nos proporcione el límite de potencia de cada tren o el número máximo de trenes que pueden circular simultáneamente en un mismo cantón. En vez de partir de una hipótesis para las pérdidas, con la que obtendríamos una solución analítica pero siempre aproximada, se ha aprovechado los resultados del propio modelo de la simulación para obtener dichos límites.

Si por ejemplo se deseara resolver el problema correspondiente a tener  $n = 4$  trenes en una mismo cantón, con una potencia cada uno de  $P_{tren} = 1MW$ , se superaría el valor límite de potencia que el circuito es capaz de transferir a la carga. El modelo de simulación desarrollado presentaría los siguientes resultados correspondientes a la tensión del tren:

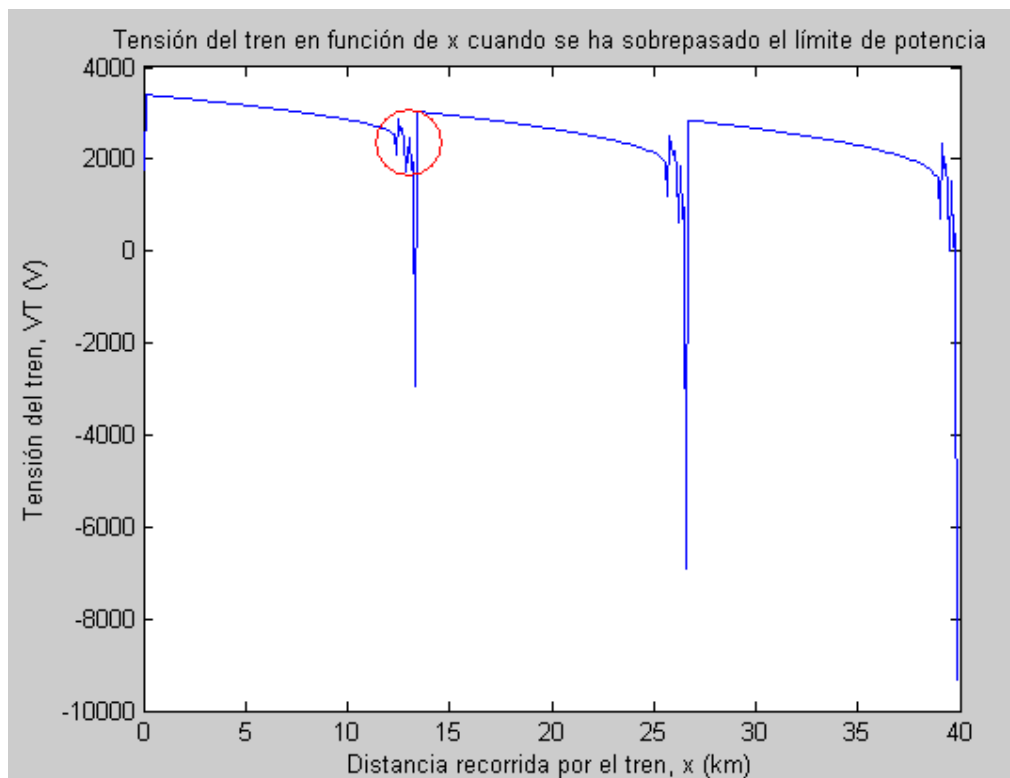


Figura 5.24. Tensión del tren cuando  $n = 4$  y  $P_{tren} = 1MW$ , sobrepasando el límite de potencia que puede transferir la subestación.



Como puede verse en la figura anterior 5.24, el perfil de tensiones del tren difiere de los perfiles normales de tensión que pueden verse en las figuras 5.20 y 5.22 correspondientes con los casos de 4 y 6 trenes respectivamente. En dichos perfiles, se puede comprobar como las tensiones disminuían con la distancia, a excepción de los instantes en que salía un tren del cantón pasando de  $n$  a  $n-1$  trenes, y en consecuencia, se producía un aumento brusco en la tensión del tren. En este caso, por el contrario, al superarse el límite de máxima transferencia de potencia, las soluciones a las que converge la herramienta de simulación para los valores de tensión no son correctas. Hay momentos en que las tensiones aumentan al alejarse los trenes de la subestación.

Por tanto, si el usuario introduce unos valores de número de trenes o de potencia demandada por cada tren que hagan superar el límite impuesto por el circuito de la máxima potencia que es capaz de transmitir, se pueden buscar dos soluciones para solventar este problema:

- **Reducir el número de trenes manteniendo la potencia de cada tren que introdujo el usuario:**

Una vez a introducido el usuario el número de trenes que desee y la potencia demandada por cada tren (en el ejemplo  $n = 4$  trenes y  $P_{tren} = 1MW$ ), el programa resuelve el flujo de cargas correspondiente obteniendo los resultados de la gráfica 5.24. A continuación el programa realizará un chequeo en el perfil de tensiones para comprobar si las tensiones van disminuyendo con la distancia. Si, como en el ejemplo, el programa detecta que hay alguna anomalía en el comportamiento de la tensión, lo que hará será reducir en una unidad el número de trenes. Es decir, para el ejemplo anterior, pasará a resolver un nuevo flujo de cargas pero para  $n = 3$  trenes y  $P_{tren} = 1MW$ , presentando los nuevos resultados:

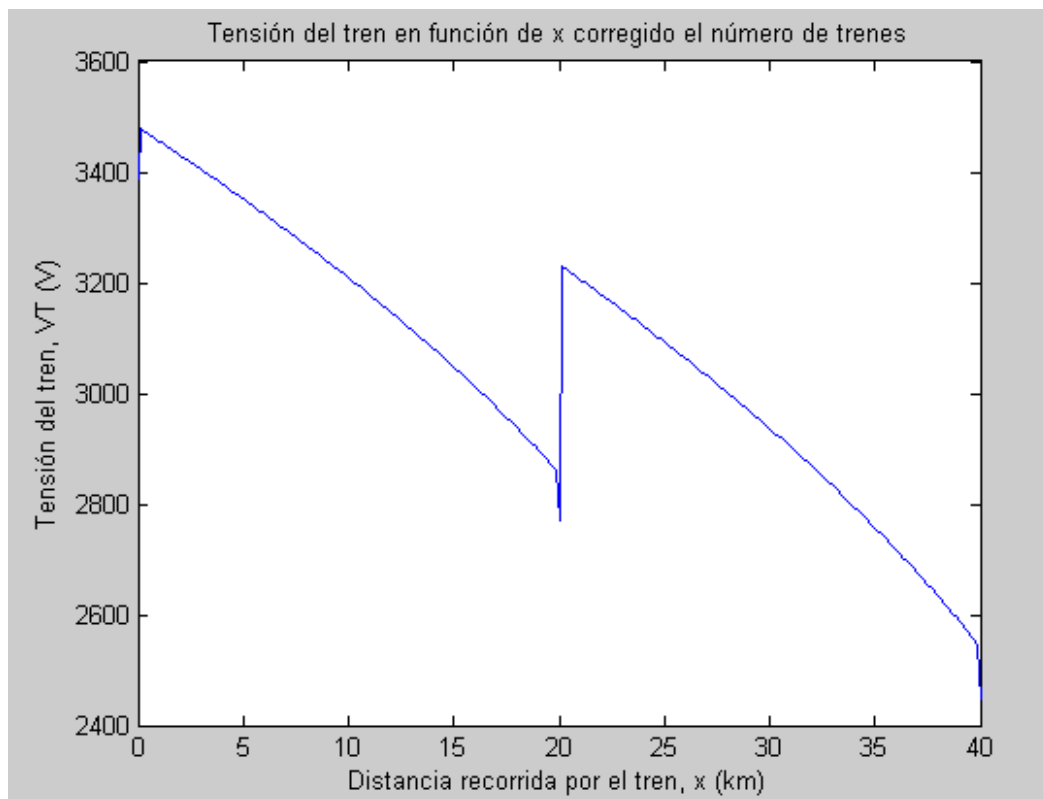


Figura 5.25 Perfil de tensiones del tren para  $n = 3$  trenes y  $P_{tren} = 1MW$ .



Como puede observarse, para un número de trenes  $n = 3$  y con la misma potencia que introdujo el usuario, ya no se viola el límite de máxima transferencia de potencia ya que el perfil de tensiones no presenta ninguna anomalía. El programa mostrará por pantalla dicha gráfica y el siguiente mensaje:

*“El número máximo de trenes con esa potencia es:  $n = 3$ ”.*

Si con  $n = 3$  se siguiera superando el límite de potencia, la simulación volvería a intentarlo automáticamente para  $n = 2$ . Por tanto, la simulación reducirá el número de trenes que introdujo el usuario siempre que se supere el límite de potencia hasta conseguir el número más alto de trenes que haga que la potencia de los trenes junto con las pérdidas no supere el límite de máxima transferencia de potencia.

Si la potencia introducida de cada tren fuera tan elevada que ni siquiera con únicamente dos trenes circulando en el cantón se consiguiera no superar el límite de potencia, el programa mostrará por pantalla el siguiente mensaje:

*“Con esa potencia para cada tren, no es posible no superar el límite de potencia ni con tan solo dos trenes”.*

A continuación se presenta en forma de diagrama de flujo el proceso anteriormente explicado para la obtención del máximo número de trenes con los que no se supera el límite de máxima transferencia de potencia:

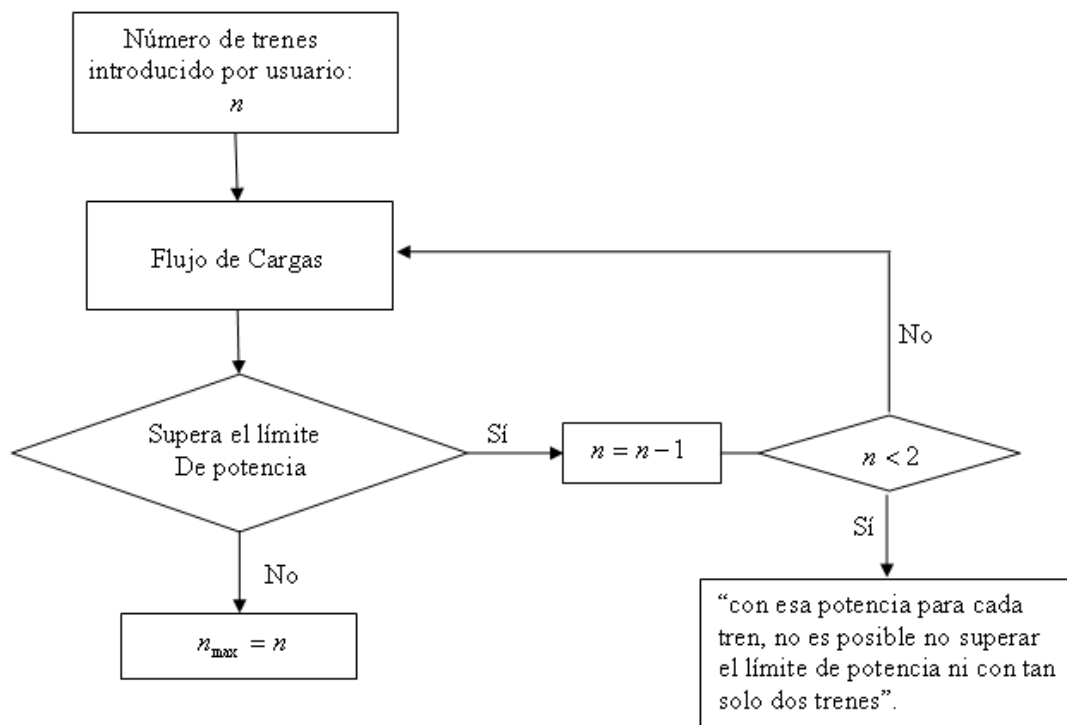


Figura 5.26. Diagrama de flujo obtención máximo número de trenes con la potencia demandada para cada tren introducida por el usuario.



- **Reducir el valor de la potencia que demanda cada tren manteniendo el número de trenes que introdujo el usuario:**

La segunda alternativa sería mantener el número de trenes que introdujo el usuario y obtener la máxima potencia posible que puede demandar cada tren.

Para ello, lo que se ha planteado en la simulación ha sido partir de una potencia inicial de valor reducido,  $P_{tren} = 0.1MW$ , e ir la aumentando en los sucesivos flujos de carga, haciendo el mismo chequeo en el perfil de tensiones para cada  $P_{tren}$ , que se hizo para la obtención del máximo número de trenes para comprobar que no se supere el límite de máxima transferencia de potencia. La potencia de cada tren se incrementará de  $0.1MW$  en  $0.1MW$  hasta el valor de potencia que haga que se supere el límite de potencia. En ese momento el valor máximo posible de potencia que puede demandar cada tren será el penúltimo que se empleó en la simulación. Es decir, el valor de potencia de cada tren que hizo sobrepasar el límite menos  $0.1MW$ .

A continuación se presenta en forma de diagrama de flujo lo anteriormente explicado para la obtención de la máxima potencia posible que puede demandar cada tren sin sobrepasar el límite de potencia, manteniendo el número de trenes que introdujo el usuario:

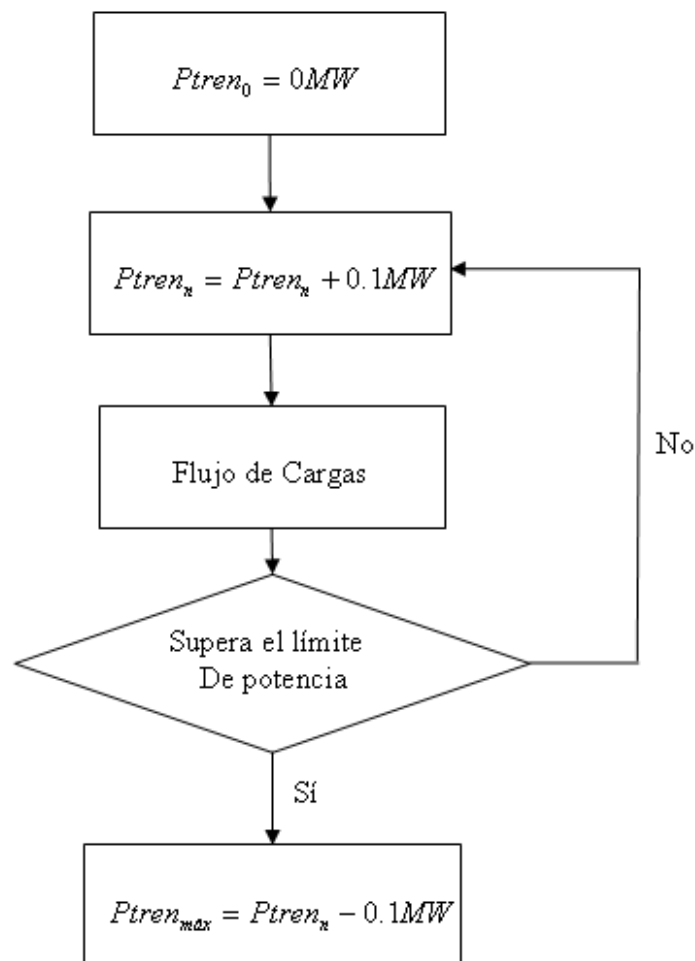


Figura 5.27. Diagrama de flujo obtención máxima potencia posible para cada tren manteniendo el número de trenes introducido por el usuario.



Por tanto, según lo anterior y para el ejemplo en el que se tenían  $n = 4$  trenes y  $P_{tren} = 1MW$ , se ha visto como una opción para no vulnerar el límite de potencia es reducir el número de trenes a  $n = 3$ . La simulación también ofrece la posibilidad de reducir la potencia demandada de cada tren manteniendo el número de trenes que introdujo el usuario,  $n = 4$  trenes, mostrando los siguientes resultados:

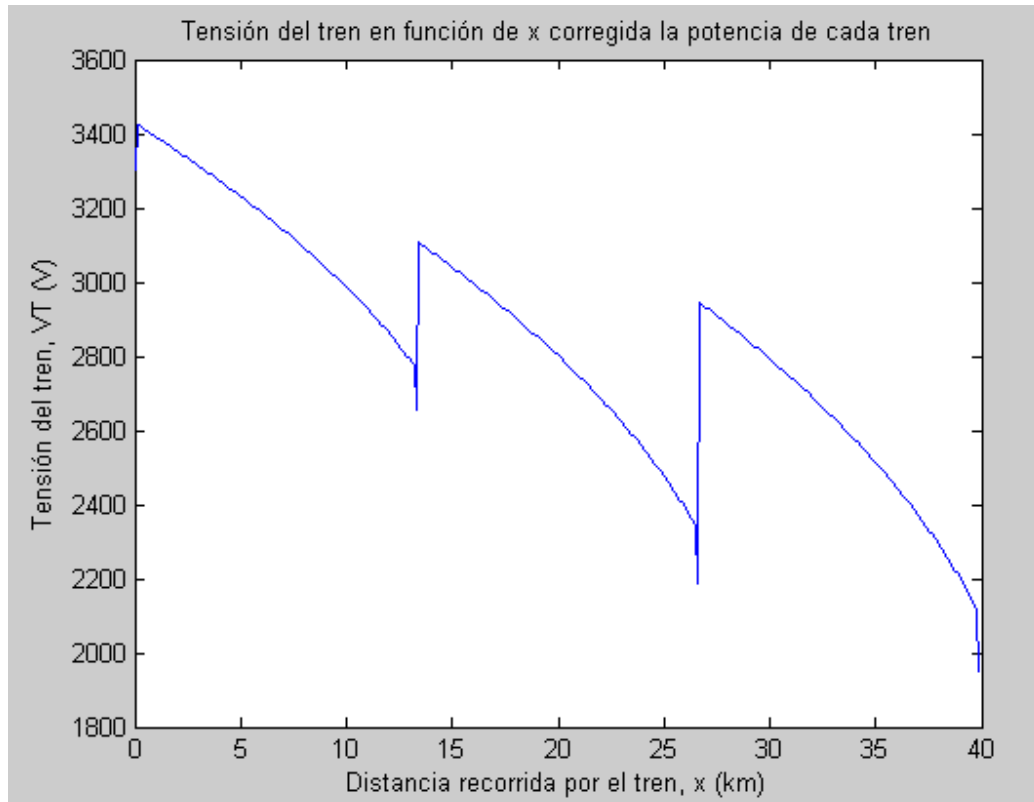


Figura 5.28. Perfil de tensión para  $n = 4$  trenes con una potencia  $P_{tren} = 0.9MW$ .

Como puede verse en la figura anterior, los resultados de la simulación se corresponden con un número de trenes igual que el que introdujo el usuario  $n = 4$ . Para este número de trenes no se supera el límite de potencia ya que el perfil de tensiones no presenta ninguna anomalía. Sin embargo, la potencia que demanda cada tren se ha reducido pasando de  $1MW$  inicial a  $0.9MW$ .

El programa presentará por pantalla la siguiente información:

*“Para el número de trenes que has introducido la máxima potencia para cada tren debe ser de:  $P_{tren} = 900000W$ ”.*

Si el número de trenes fuera extraordinariamente grande, si se sigue el diagrama de flujo representado en la figura 5.27, lo que el programa mostraría por pantalla sería lo siguiente:

*“Para el número de trenes que has introducido la máxima potencia para cada tren debe ser de:  $P_{tren} = 0W$ ”.*







# Capítulo 6

## Optimización del modelo

Una vez que ya se dispone de un modelo y de una herramienta de simulación con la que poder trabajar, lo interesante es analizar cómo obtener, de todas las soluciones posibles, la que sea la más óptima.

En este capítulo se van a estudiar en detalle las distintas variables que intervienen en el problema de tracción eléctrica, ya que dependiendo del valor de dichas variables, la solución final a la que se llegue será mejor o peor desde un punto de vista de la eficiencia.

El objetivo que se pretende alcanzar con esta optimización, es el de reducir el número de subestaciones de tracción necesarias para alimentar un determinado recorrido. El principal motivo para reducir su número es el elevado coste que tienen las subestaciones de tracción.

Otra forma de explicar la misma idea, es conseguir que la longitud de cada cantón alimentado por una subestación sea la mayor posible. De este modo para un determinado recorrido, cuanto más grande sea la longitud de cada cantón menor número de subestaciones serán necesarias.

Al mismo tiempo, es deseable conseguir en la optimización, poder alimentar con la menor potencia posible de la subestación de tracción, al mayor número de trenes circulando simultáneamente por el mismo cantón. Un mayor número de trenes significa, en definitiva, la posibilidad de que pueda haber un mayor tráfico de trenes, y por tanto mayor frecuencia de paso de trenes y menores tiempos de espera. Además, también hay que conseguir el mayor número de trenes consumiendo la mayor potencia posible para que su velocidad también sea la máxima posible.

Por tanto, para poder alcanzar todos estos objetivos, es necesario analizar algunos parámetros fundamentales del problema como:

- La distancia entre trenes.
- La potencia demandada por cada tren.
- La potencia de cada subestación de tracción.
- Las resistencias debidas a la catenaria y a la vía.
- La longitud del cantón.



## 6.1. Distancia entre trenes

### 6.1.1. Dos trenes en un mismo cantón

En primer lugar se va a analizar el problema para **dos trenes** que demandan la misma potencia y que ésta no varía en todo el tramo del cantón. Suponiendo también que la distancia entre ambos trenes,  $d$ , se mantiene constante en todo el recorrido. Esta situación se correspondería al caso de que ambos trenes circulen a la misma velocidad a lo largo de todo el cantón.

A continuación se recuerda el circuito equivalente empleado para dos trenes que circulan simultáneamente en un mismo cantón:

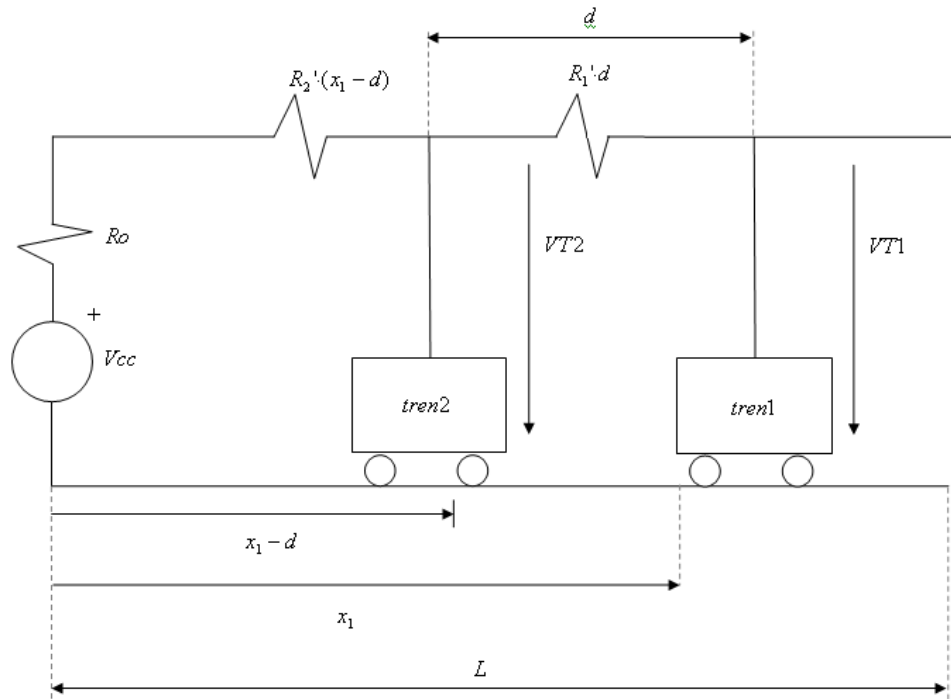


Figura 6.1. Circuito equivalente para dos trenes

Si se quiere optimizar la potencia de la subestación de tracción, teniendo en cuenta que la tensión con la que va a alimentar la subestación al cantón va a ser una tensión constante, habrá que analizar para qué distancia entre trenes se tendrá que la corriente de la subestación es la mínima. De este modo se podrá concluir cuál es la distancia deseable entre los dos trenes para que la potencia de la subestación sea la mínima posible ya que:

$$P_{sub} = V_{sub} \cdot I_{sub}$$



Para ello, se va a utilizar la simulación que se ha desarrollado para resolver el problema, mediante un flujo de cargas, para el caso de encontrarse dos trenes en un mismo cantón demandando una potencia idéntica y de valor constante. Se resolverán distintos problemas variando en cada problema el valor de la distancia entre trenes,  $d$ , pero manteniendo dicha distancia constante a lo largo de todo el recorrido de los trenes.

La distancia entre trenes,  $d$ , va a variar desde una distancia  $d = 1\text{km}$  hasta una distancia  $d = 39\text{km}$  manteniendo el resto de variables constantes. Para cada problema se va a obtener el valor máximo de la corriente de la subestación así como la posición en la que se encuentran ambos trenes cuando la intensidad de la subestación es la máxima.

Los datos con los que se va a realizar la simulación son:

Tensión de la subestación:  $V_{sub} = 3600\text{V}$

Longitud del cantón:  $L = 40\text{km}$

Potencia de los trenes:  $P_{tren1} = P_{tren2} = 0.5\text{MW}$

Resistencia subestación:  $R_o = 0.2\Omega$

Resistencia catenaria por unidad de longitud:  $R_1' = R_2' = 0.04\Omega / \text{km}$

### Resultados de las simulaciones:

En la Figura 6.2. se representan los valores máximos de la intensidad de la subestación de tracción para cada distancia  $d$  entre trenes, obtenidos en las correspondientes simulaciones.

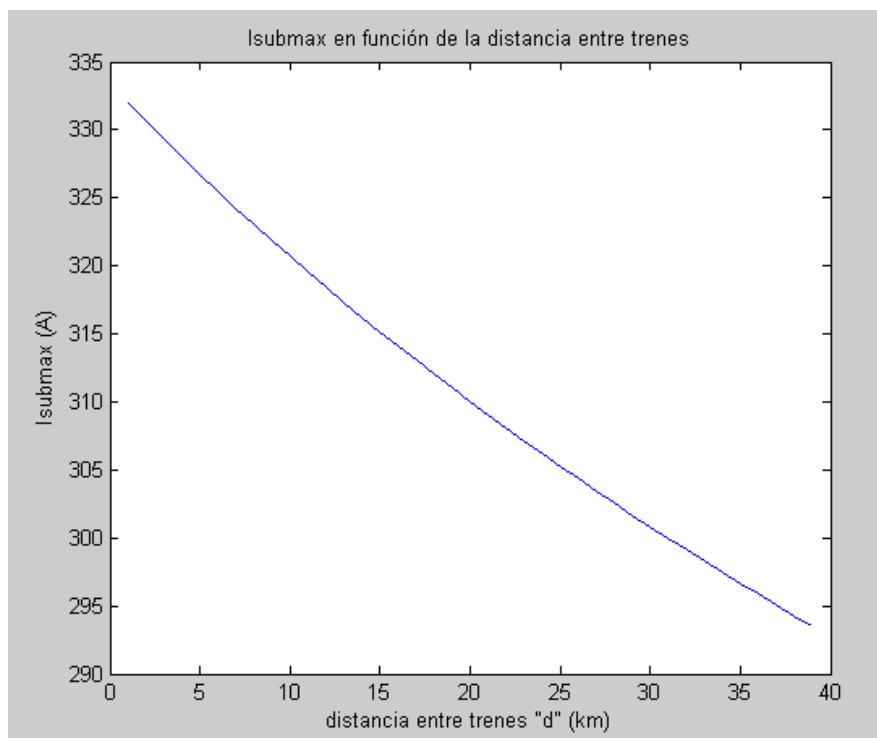


Figura 6.2. Intensidad de la subestación en función de la distancia entre trenes



En la figura 6.3 está representada la posición en la que se encuentra el tren1 en el momento en que la subestación de tracción proporciona el mayor valor de intensidad, para cada valor de la distancia entre trenes,  $d$ . La posición del tren 2 se obtendría de forma inmediata restando a la posición del tren 1 el valor de la distancia entre trenes (ver figura 6.1).

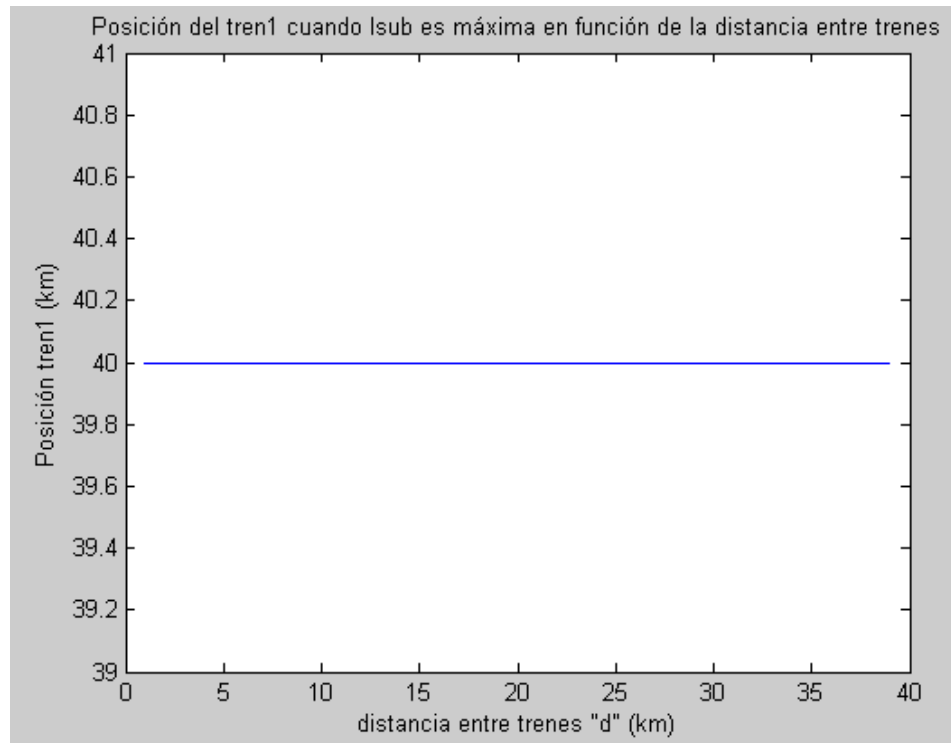


Figura 6.3 Posición tren1 cuando la  $I_{sub}$ . es máx. en función de la distancia entre trenes.

A la vista de los resultados obtenidos en las simulaciones variando la distancia entre los dos trenes, se puede sacar dos conclusiones:

- Según la Figura 6.3, independientemente de cuál sea la distancia que separe a los trenes, siempre se tiene que la subestación entrega la máxima corriente cuando el tren 1 se encuentra en  $x = 40km$ , es decir, cuando se encuentra justo al final de la longitud del cantón ( $L = 40km$ ).
- Por otro lado, según la Figura 6.2, se puede observar como el valor máximo de la corriente de la subestación disminuye a medida que aumenta la distancia entre los trenes.



Por tanto, según los resultados de las simulaciones, se podría concluir que lo más óptimo sería que la distancia entre ambos trenes fuera la máxima posible, para que así la corriente de la subestación fuera la menor posible y, por consiguiente, la potencia de la subestación.

Esta conclusión, obtenida a partir de los resultados de simulaciones, tiene una explicación física más rigurosa. Si se analiza el circuito eléctrico equivalente, se podrían dar dos situaciones extremas según la distancia entre trenes:

**- Los trenes se encuentran muy próximos uno del otro ( $d=100\text{m}$  en la simulación realizada):**

Esta situación será la más desfavorable puesto que si la distancia entre trenes,  $d$ , es la mínima posible, cuando el tren1 está al final del cantón (momento en que la intensidad de la subestación es mayor), el tramo de catenaria desde el punto de conexión entre la subestación y la catenaria y el punto donde se encuentra el tren2 (ver Figura 6.4.) tendrá la mayor longitud posible.

Por tanto la intensidad de la subestación, que es la suma de intensidades del tren1 y del tren 2, tendrá que recorrer, en esta situación, una distancia a lo largo de la catenaria mayor que con cualquier otra distancia  $d$ . Lo óptimo y lo que interesa es que la distancia que tenga que recorrer la corriente de la subestación, debido a su mayor valor, sea la menor posible.

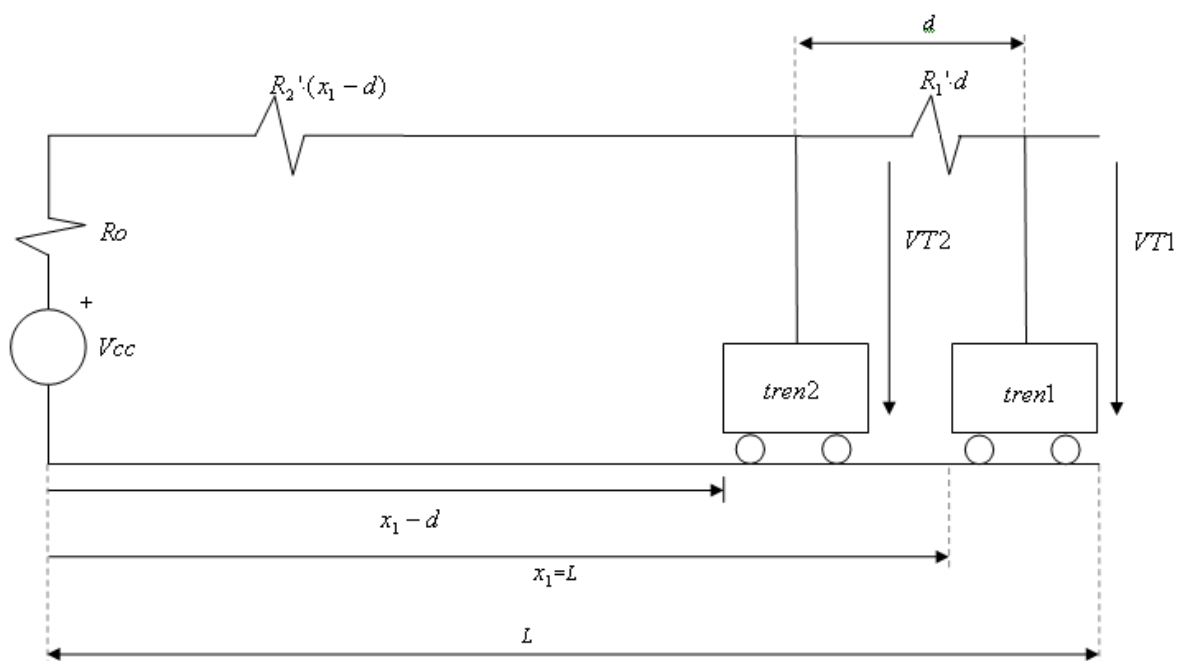


Figura 6.4 Distancia entre trenes mínima.



- Los trenes se encuentran lo más separados posible uno respecto del otro ( $d=L$  km, siendo  $L$  la longitud del cantón):

Si se da esta circunstancia ocurre justo lo opuesto al caso anterior. Al estar ambos trenes lo más separados posible entre sí, no existe tramo de catenaria en el que tenga que circular la corriente del tren 1 junto con la del tren 2 (corriente de la subestación). Esto se debe a que el tren 2 se encontraría en  $x = 0\text{km}$  cuando el tren 1 llegara al final del cantón si la distancia entre trenes es  $d = L$  (ver figura 6.5). La intensidad, por tanto, que circularía por la catenaria, sería menor que en el caso anterior ya que ahora se correspondería únicamente con la intensidad del tren 1 en vez que con la de la suma de intensidades de ambos trenes.

Por otro lado, únicamente coincidirían ambos trenes en el mismo cantón durante un instante de tiempo, lo que haría que la subestación solo tuviera que proporcionar más potencia durante dicho instante.

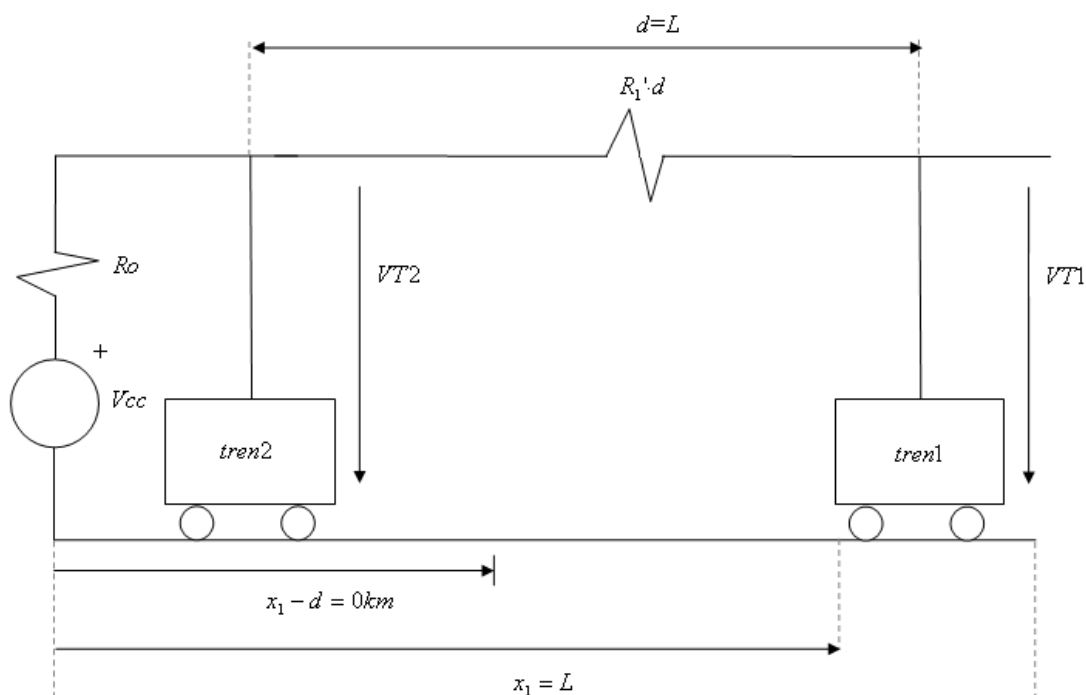


Figura 6.5 Máxima distancia posible entre trenes

Desde el punto de vista de la eficiencia, se podría pensar que es menos eficiente tener los trenes separados lo máximo posible entre sí, puesto que aumenta la resistencia en la catenaria en el tramo comprendido entre ambos trenes al aumentar  $d$ . Y aunque la intensidad que circula por la línea es menor cuando la distancia entre trenes es mayor, las pérdidas en la catenaria se incrementan al agrandar la distancia entre trenes debido al aumentar tanto su resistencia (ver Tabla 6.1).



Lo que ocurre es se tiene que tener en cuenta la resistencia de la subestación  $R_o$ , que hace que las pérdidas totales (las que se pierden en los tramos entre ambos trenes y el tramo entre subestación y tren2) son mayores cuando la distancia entre trenes es mínima, que cuando la distancia entre trenes es máxima.

En la siguiente tabla se recogen los resultados numéricos que justifican este incremento de las pérdidas al disminuir la distancia. Se han obtenido las pérdidas totales cuando la distancia entre trenes es la mínima posible, (en la simulación realizada  $d = 0.1km$ ) y cuando la distancia es la máxima posible ( $d = 40km$ ). Para ello, se han empleado los mismos datos de tensión de la subestación, longitud de cantón y potencia de los trenes, en las simulaciones.

	$d = 0.1 \text{ Km.}$	$d = 40 \text{ Km.}$
<b>Intensidad por tren1, IT1 (A)</b>	166.62	151.56
<b>Intensidad por tren2, IT2 (A)</b>	166.58	141.19
<b>Intensidad subestación, IT1+IT2 (A)</b>	333.19	292.75
$R_o + R_2 \cdot (x_1 - d) (\Omega)$	1.796	0.2
$R_1 \cdot d (\Omega)$	0.004	1.6
<b>Pérdidas tramo subestación-tren2 (W)</b>	$1.796 \cdot 333.19^2 = 1.994 \cdot 10^5$	$0.2 \cdot 292.75^2 = 1.714 \cdot 10^4$
<b>Pérdidas tramo tren2-tren1 (W)</b>	$0.004 \cdot 166.62^2 = 1.110 \cdot 10^2$	$1.6 \cdot 151.56^2 = 3.675 \cdot 10^4$
<b>Pérdidas totales (W)</b>	$1.995 \cdot 10^5$	$5.389 \cdot 10^4$

Tabla 6.1 Comparación entre las pérdidas en catenaria para ambas distancias.

Como queda demostrado a partir de estos resultados se puede concluir que cuando en un mismo cantón circulan dos trenes, lo más óptimo es que la distancia entre ambos trenes sea lo mayor posible, es decir que  $d=L \text{ Km}$ . De este modo se conseguirán, primero un menor valor de la intensidad que circula por la catenaria y segundo una mayor eficacia al disminuir las pérdidas en la catenaria. Esto justifica el hecho de considerar los trenes equiespaciados durante las simulaciones correspondientes a  $n$  trenes.





### 6.1.2. “n” trenes en un mismo cantón

Una vez se ha analizado el problema para dos trenes, y se ha comprendido por tanto que para este caso la distancia entre ambos trenes, si se quiere conseguir la situación más óptima, debe ser igual a la longitud del cantón, resulta sencillo estudiar el caso de que en un cantón se encuentren más de dos trenes circulando.

Para cualquier número de trenes circulando en un mismo cantón, la situación que hay que evitar, para optimizar la potencia que tiene que proporcionar la subestación de tracción, es que se dé la circunstancia de tener más de un tren a muy corta distancia al final del cantón.

Si se analiza por ejemplo el caso particular de  $n=3$  trenes, se puede comprobar con la simulación desarrollada para tres trenes circulando en un mismo cantón, que la situación en que la potencia de la subestación sería mínima es cuando tenemos uno de los tres trenes en el final del cantón y los otros dos trenes lo más juntos posibles al comienzo del cantón. Sin embargo, los dos trenes que están más cerca el uno respecto del otro, al ser la distancia que los separa constante a lo largo de todo su recorrido, cuando lleguen al final del cantón, se producirá la misma situación desfavorable que en la explicada en el apartado anterior para el caso de dos trenes cuando éstos se encuentran muy próximos entre sí.

Por tanto, cuando se tienen “n” trenes, la situación más óptima es que todos los trenes estén equiespaciados. Es decir, que la distancia entre todos los trenes sea la misma y además que ésta sea la mayor posible, tal y como puede verse en la figura 6.6. Por tanto el valor óptimo de la distancia entre los trenes vendrá dado por la expresión:

$$d = \frac{L}{n-1}$$

Donde  $L$  es la longitud del cantón y  $n$  el número de trenes.

Con este valor de la distancia, lo que se consigue es que no haya nunca simultáneamente más de un tren en la zonal final del cantón, que es la zona más crítica desde el punto de vista del valor de las intensidades, que como se explicado anteriormente, son máximas al final del cantón. Por otro lado, este valor de la distancia entre trenes es el que permite que la longitud de catenaria por la que tiene que circular las corrientes correspondientes a varios trenes a la vez, sea lo más pequeña posible.

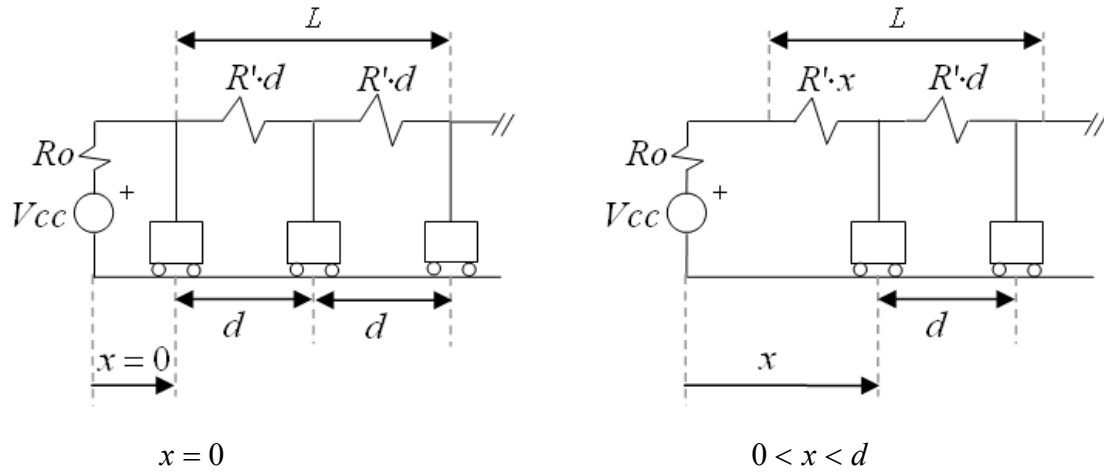
Además, cabe destacar según como ha sido planteado el problema para  $n$  trenes, que en el cantón se van a encontrar los “n” trenes circulando a la vez solo durante un instante de tiempo. Justo en el instante después habrá “n-1” trenes circulando simultáneamente hasta que el tren más próximo a la subestación haya recorrido la distancia entre trenes,  $d$  (ver figura 6.6).

Por tanto, cuando se quiera estudiar el problema para “n” trenes, lo que hay que hacer es analizar dos problemas diferentes: el primer problema correspondería a tener “n trenes” en un instante de tiempo, y en el segundo problema habría “n-1” trenes mientras  $x < d$  (ver figura 6.6).



En la siguiente figura se representan los circuitos eléctricos equivalentes para el caso de tener  $n=3$  trenes y  $n=4$  trenes en un mismo cantón, en el instante en que se encuentran los “ $n$ ” trenes y en el instante en que circulan “ $n-1$ ” trenes:

**$n=3$**



**$n=4$**

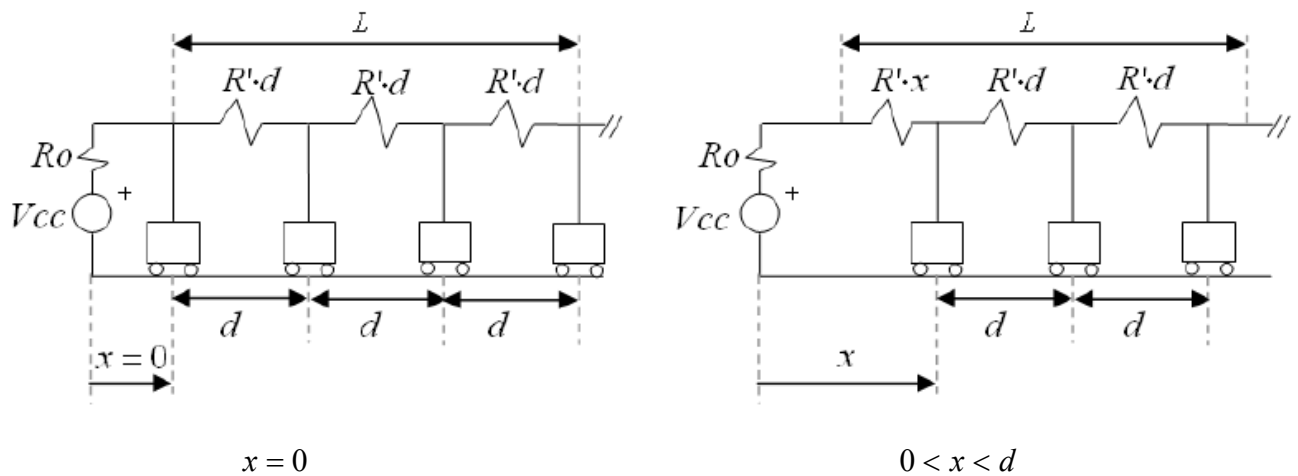


Figura 6.6. Circuitos equivalentes para  $n=3$  y  $n=4$  trenes.

Puede verse en la anterior figura como en general, para “ $n$ ” trenes, se encontrarán los “ $n$ ” en el cantón en el instante inicial y cada vez que el tren más próximo a la subestación se encuentre en  $x = d$  Km. Sin embargo, habrá “ $n-1$ ” trenes hasta que el tren más próximo a la subestación no haya recorrido los  $d$  Km., es decir, mientras  $0 < x < d$ .



## 6.2. Potencia de los trenes

### 6.2.1. Dos trenes en un mismo cantón

En el apartado anterior, al estudiar la distancia entre los dos trenes circulando en un mismo cantón, se hizo la suposición de que ambas potencias eran idénticas y además permanecían constantes durante todo el recorrido. Por otro lado se añadió la hipótesis de la existencia de un trazado rectilíneo y horizontal, y que ambos trenes iban también a la misma velocidad para que la distancia entre ambos permaneciera invariable.

En este apartado se va analizar que es lo que ocurre si la potencia demandada por los dos trenes no es la misma y además aceptando la posibilidad de que dichas potencias puedan cambiar en cualquier punto a lo largo del recorrido del cantón.

En primer lugar, hay que tener en cuenta, que aunque la potencia de ambos trenes no sea la misma, su velocidad si puede mantenerse constante. Esta situación podrá darse dependiendo de cómo sea el recorrido por el que circulen los trenes (pendientes, curvas). Por ejemplo, si uno de los trenes está circulando por un terreno llano y sin embargo el otro tren se encuentra subiendo una pendiente, si se quiere mantener ambas velocidades constantes, el segundo tren consumirá más potencia.

Por tanto en este tipo de situaciones, aunque la potencia consumida por los trenes sea distinta, si mantienen ambas velocidades idénticas, la distancia entre ambos, como consecuencia, también se mantendrá invariable. De esta manera, se trataría del mismo problema que en el apartado anterior donde la potencia y la velocidad de ambos trenes eran iguales.

Sin embargo puede ocurrir también que además de cambiar la potencia consumida de un tren con respecto al otro, pasen a circular con distintas velocidades. Por ejemplo si ambos trenes se encuentran en un tramo con el mismo nivel pero uno de los dos comienza a ir más rápido aumentando así su potencia. En este caso, hay que diferenciar cuál de los dos trenes es el que circula con mayor velocidad:

Si el tren que va por delante es el que aumenta su velocidad, lo que ocurriría es que aumentaría la distancia entre ambos trenes. Tal y como se vio en anterior apartado, lo óptimo es que la distancia entre ambos trenes sea lo mayor posible. Por tanto, en este caso, no sería una situación desfavorable, puesto que la distancia se iría haciendo cada vez mayor.

Si por el contrario, es el tren que va por detrás es el que comienza a ir más rápido, tendería a irse acercando al tren que va por delante, reduciéndose así la distancia entre ambos. Esta situación sí que no sería favorable ya que se alejaría de la situación óptima de máxima distancia.

Como conclusión, cuando en un mismo cantón se encuentran dos trenes circulando simultáneamente, habría que evitar si se quiere optimizar la solución del problema, que el segundo tren sea el que circule a mayor velocidad que el primero. De esta forma, la distancia entre ambos nunca disminuirá a lo largo de su recorrido por el cantón.



### 6.2.2. “n” trenes en un mismo cantón

Si se encuentran “n” trenes circulando en un mismo cantón, la situación más óptima, independientemente de si las potencias de los trenes son diferentes entre sí, es que las velocidades de los “n” trenes sean todas iguales.

Si la velocidad de todos los trenes no fuera la misma, la distancia entre los trenes no podría serlo tampoco y, según lo explicado en el apartado 6.12 en el que se estudiaba la distancia óptima para “n” trenes, la distancia entre todos los trenes debe ser la misma y permanecer constante a lo largo de todo el recorrido de los trenes por el cantón, si se busca la solución más eficiente.

## 6.3. Sección de la catenaria

### 6.3.1. Dos trenes en un mismo cantón

A continuación se va a estudiar la optimización de la potencia de la subestación en función de la sección de la catenaria, es decir, en función de la resistencia por unidad de longitud correspondiente a la catenaria.

Para realizar este análisis se va a emplear el modelo desarrollado para el caso de que se encuentren circulando en el mismo cantón simultáneamente dos trenes. Se realizarán simulaciones con dicho modelo variando el parámetro correspondiente a la resistencia de la catenaria.

Se irá aumentando la resistencia por unidad de longitud de la catenaria y en cada simulación se obtendrá el valor máximo de la corriente que proporciona la subestación. De este modo, se podrá concluir para qué valor de resistencia de la catenaria la intensidad de la subestación será la mínima y por tanto la potencia de la misma también lo será.

Los datos que se van a emplear para la realización de las simulaciones van a ser los mismos que en el caso en que se estudió la variación de distancia entre trenes. En este caso se utilizará la distancia óptima para el caso de dos trenes:  $d = L/(n - 1) = L$ .

Datos simulaciones:

Tensión de la subestación:  $V_{sub} = 3600V$

Longitud del cantón:  $L = 40km$

Potencia de los trenes:  $P_{tren1} = P_{tren2} = 0.5MW$

Resistencia subestación:  $R_o = 0.2\Omega$

Resistencia catenaria por unidad de longitud:  $R' \in (0.01, 0.1\Omega/km)$

Distancia entre trenes:  $d = L \text{ Km.}$



### Resultados de las simulaciones:

En la figura 6.7, se representan los valores máximos de la intensidad de la subestación de tracción para cada valor de la resistencia de la catenaria, obtenidos en las correspondientes simulaciones.

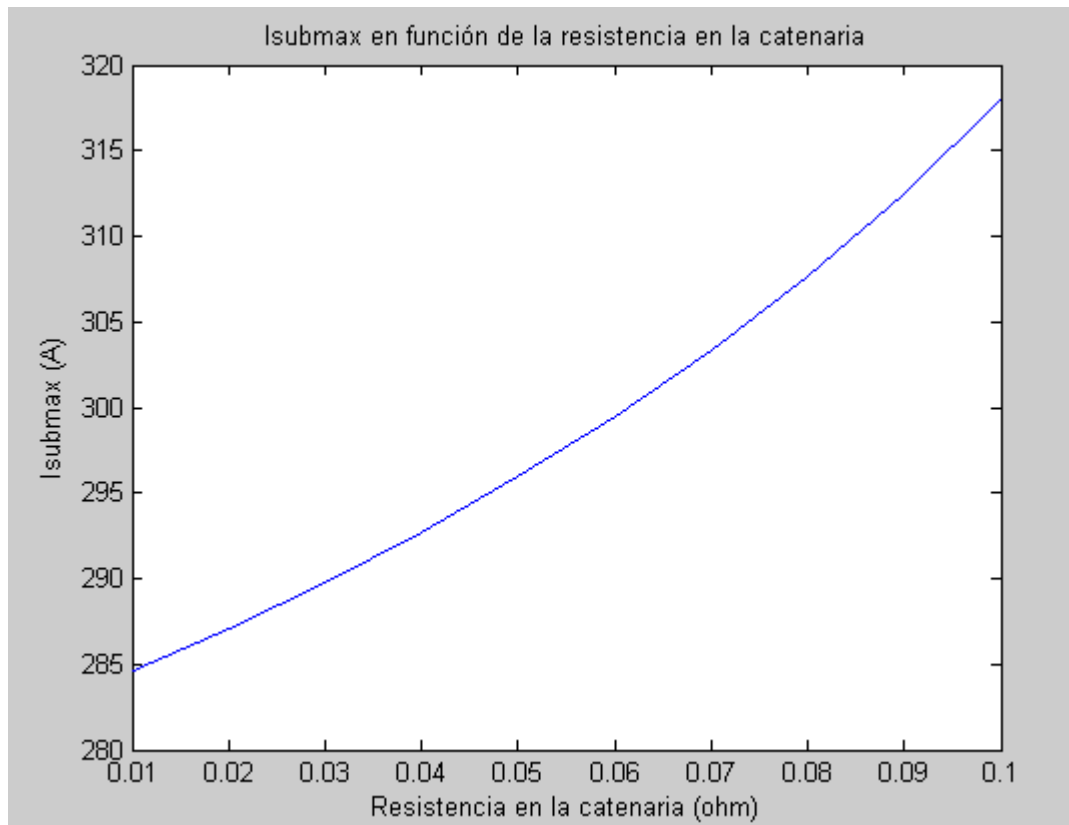


Figura 6.7. Intensidad subestación máxima en función de la resistencia en la catenaria.

A la vista de los resultados obtenidos en las simulaciones se puede observar el comportamiento monótono creciente de la corriente de la subestación al aumentar el valor de la resistencia de la subestación.

Físicamente lo que ocurre es que al aumentar la resistencia de la catenaria, aumenta el valor total de la carga, formada por los dos trenes y el tramo de catenaria entre ambos trenes (ver figura 6.1).

Teniendo en cuenta que:

$$P_{sub} = P_{trenes} + P_{pérdidas, catenaria}$$



Según esta expresión, si se aumenta la resistencia por unidad de longitud en la catenaria, están aumentando las pérdidas de la misma, lo que se traduce en un aumento en la potencia de la subestación.

Por otro lado, la potencia máxima que puede proporcionar la subestación, está limitada físicamente según el teorema de máxima transferencia de potencia. Dicho teorema dice que el valor correspondiente a la máxima potencia que el circuito puede entregar a la carga viene dada por la expresión:

$$P_{\max} = \frac{V_{cc}^2}{4 \cdot R_{eq}}$$

En este caso particular, al encontrarse los trenes a una distancia igual a la longitud del cantón, la  $R_{eq} = R_o$ , justo cuando se encuentran los dos trenes circulando en el cantón. Por tanto la  $R_{eq}$  no dependería del valor de la resistencia por unidad de longitud de la catenaria,  $R'$ .

Pero si los trenes no estuvieran circulando manteniendo la distancia óptima entre sí, la expresión de la máxima potencia transferible a la carga pasaría a ser:

$$P_{\max} = \frac{V_{cc}^2}{4 \cdot (R_o + R' \cdot x)}$$

Como puede verse en esta expresión, el valor de la potencia máxima que puede consumir la carga depende también del valor de la resistencia de la catenaria. A medida que dicho valor aumenta, el circuito puede transferir menos potencia a la carga

Además, según lo explicado anteriormente, cuando el valor de la resistencia de la catenaria es elevado, aumentan las pérdidas en la catenaria. Por tanto, lo que ocurre es que, por un lado aumentan las pérdidas y por otro el circuito puede transferir menos potencia a la carga, lo que significa que es la situación más desfavorable posible.

En conclusión, lo interesante para poder optimizar la potencia de la subestación es que la resistencia por unidad de longitud de la catenaria sea lo menor posible. Lo cual correspondería a aumentar lo máximo posible la sección de la catenaria si se tiene en cuenta la expresión correspondiente al cálculo de la resistencia por unidad de longitud:

$$R' = \frac{\rho}{S} \left( \frac{\Omega}{m} \right)$$

Donde:

$\rho$ , es la resistividad del material con el que esté fabricada la catenaria en  $(\Omega \cdot m)$ .

$S$ , es la sección de la catenaria en  $m^2$ .



### 6.3.2. “n” trenes en un mismo cantón

La conclusión a la que se ha llegado en el aparatado anterior, cuando únicamente circulaban dos trenes en el cantón, se puede extrapolar al caso más genérico de que se encuentren un número “n” de trenes circulando simultáneamente en un mismo cantón.

La diferencia es que en este caso, al haber un mayor número de trenes circulando, interesaría aún más todavía, aumentar la sección de la catenaria para poder optimizar la potencia de la subestación.

Las intensidades que van a circular por la catenaria van a ser mayores que cuando sólo había dos trenes circulando por un mismo cantón, por tanto si se aumenta la sección de la catenaria se reduciría el valor de la resistencia por unidad de longitud de la misma, y en consecuencia se contribuiría a reducir las pérdidas en la catenaria, compensando el aumento de consumo debido a un mayor número de trenes.

Además, cuando hay “n” trenes circulando, incluso con una distancia entre ellos igual a la óptima, siempre habrá un intervalo de tiempo en el que circulen “n-1” trenes hasta que vuelva a haber “n” trenes de nuevo. Como puede verse en la figura 6.6, cuando se encuentran “n-1” trenes en el cantón, aparece la resistencia  $R'x$ , que como se explicó para el caso de dos trenes, afectará también en este caso a la máxima potencia que puede transferir el circuito a la carga.

Por otro lado, un aumento en la sección de la catenaria, trae como consecuencia un incremento en los costes económicos ya que se necesita de más cantidad de material en su fabricación. Además aparecerían otros problemas añadidos como por ejemplo de tipo estructural, ya que al tener más sección la catenaria, tendría un mayor peso y por tanto, los apoyos tendrían que ser más resistentes o disponer de un mayor número de los mismos, lo que sería más caro que con una sección menor de catenaria.

En conclusión se debe llegar a una solución de compromiso en función del número de trenes que se estime que vayan a circular por el cantón o del tipo de trenes y por tanto la potencia que demandarían y la sección máxima que sería rentable para la catenaria de modo que se consiga optimizar la potencia de la subestación.







# Capítulo 7

## Conclusiones

Una vez finalizado y alcanzados los objetivos que perseguía el presente proyecto fin de carrera, se pueden sacar, a modo de síntesis, las siguientes conclusiones del mismo:

- Se ha visto, en los primeros capítulo introductorios, como el sector del transporte es uno de los factores más relevantes que afectan en la economía de un país, siendo también un indicador de su desarrollo.
- En concreto, el transporte por ferrocarril es de los modos de transporte más importantes que existen en España y que ha experimentado una mayor evolución y crecimiento en los últimos años, y que presumiblemente seguirá creciendo. Es por ello que, este modo de transporte recibe el porcentaje más alto de las inversiones procedentes del Ministerio de Fomento.
- Desde el punto de vista de los diferentes modos de electrificación que existen en la tracción eléctrica ferroviaria, se puede concluir que, dependiendo de la aplicación y del tipo de línea que se desee electrificar, será más adecuado utilizar la electrificación en corriente continua o la electrificación en corriente alterna. Por ejemplo, para el tipo de línea con la que se ha trabajado en las simulaciones en el presente proyecto, al no ser una línea de largo recorrido y siendo la potencia demandada por los trenes no muy elevada, como sería en el caso de la alta velocidad, es interesante emplear la electrificación en corriente continua. De este modo se evitan problemas tales como desequilibrios, inducciones, contaminación electromagnética, etc.

NOTA: En realidad, la longitud máxima del cantón en corriente continua no superará los 10 Km. por problemas de pérdidas en la catenaria. Sin embargo, en este proyecto se ha supuesto una longitud de 40 Km. para ilustrar el comportamiento del sistema de una forma genérica.



- Por otro lado, según la topología que se emplee en la electrificación del sistema, las prestaciones que se obtienen pueden ser muy diferentes. Por ello, es destacable la flexibilidad que aportan las diferentes conexiones posibles de los seccionadores, permitiendo pasar de una topología a otra, modificando simplemente dichas conexiones. Por ejemplo, si se está trabajando con una *topología gamma*, con las modificaciones oportunas en las conexiones de los seccionadores, se puede pasar a trabajar con una *topología pi*. Esto permitiría aumentar la potencia transferible a los trenes, si aumentara el tráfico de manera puntual. También permitiría realizar labores de mantenimiento o reparar una avería que se pueda producir, sin afectar al tráfico de los trenes.
- En cuanto a las simulaciones que se han desarrollado, podemos sacar como conclusión fundamental, que el número máximo de trenes que podrán circular simultáneamente en un mismo cantón, está limitado por el teorema de máxima transferencia de potencia. Es decir, dependerá básicamente de cuál sea la tensión con la que alimente la subestación a la catenaria y de la resistencia de la catenaria. Por tanto, si se desea aumentar el número de trenes, cabría la posibilidad para ello, de aumentar la tensión de la subestación, aunque posiblemente sería más interesante plantearse la electrificación en corriente alterna que aumentar la tensión demasiado en corriente continua. La otra posibilidad es reducir la resistencia de la catenaria aumentando su sección, pero habría que comprobar los posibles problemas mecánicos que podrían aparecer, así como el encarecimiento que supone aumentar la sección de la catenaria.
- Como última conclusión, si se desea optimizar la potencia transferida por la subestación, es preferible que los trenes se encuentren situados equidistantes a lo largo del cantón, que la resistencia en la catenaria sea lo menor posible y que la longitud del cantón no sea excesivamente larga.





# Capítulo 8

## Futuras líneas de trabajo

El presente proyecto fin de carrera es susceptible de ser retomado en el futuro, para incorporar en él algunas posibles mejoras en todo lo que en él se ha desarrollado. También, es posible ampliarlo y completarlo con algunas de las siguientes líneas que se proponen a continuación y que guardan una relación directa con el contenido del proyecto.

Si se sigue trabajando en la electrificación en corriente continua, se pueden tratar los siguientes temas para mejorar la herramienta de simulación desarrollada:

- Con la topología con la que se ha trabajado en el presente proyecto, la topología gamma, se puede completar el trabajo:
  - Eliminado la hipótesis de que todos los trenes tengan la misma potencia.
  - Permitiendo que la potencia demandada por los trenes sea variable a lo largo de su recorrido por el cantón.
  - Sustituir la potencia demandada por cada tren como entrada por la velocidad de cada tren.
  - Estudiar también el caso de que las distancias entre los trenes no siempre sean constantes.



- Estudiar otras topologías más complejas que la gamma ( $\Gamma$ ), como la *topología pi* ( $\Pi$ ) o la *topología en T* ( $T$ ).

Por último, una vez que se ha completado el estudio de la electrificación en corriente continua, el siguiente paso será el de acometer el problema de la electrificación en corriente alterna. Sin duda, se tratará de un problema más complejo que el que se ha tratado en el presente proyecto, pero las bases para su desarrollo se encuentran ya en el mismo.





# 9. Glosario

## Definiciones generales

**Aislamiento de un cable:** Conjunto de materiales que forman parte de un cable y cuya función específica es soportar la tensión.

**Alta tensión:** Se considera alta tensión (AT) toda tensión nominal superior a 55 kV.

**Aparamenta eléctrica:** Conjunto de aparatos de maniobra, de regulación, de seguridad o de control y los accesorios de canalización utilizados en las instalaciones eléctricas.

**Aparatos de corte:** Elementos destinados a asegurar la continuidad o discontinuidad de los circuitos eléctricos.

**Baja tensión:** Se considera baja tensión (BT) toda tensión nominal inferior a 1 kV.

**Booster:** Tipo de transformador destinado a la alimentación en corriente alterna: 1x25 o 2x25 de las catenarias de los ferrocarriles para recoger la corriente de retorno desde las vías hasta el conductor de retorno. Este tipo de transformadores son monofásicos con relación 1:1. Tiene valores de impedancia bajos y a pesar de ello, tiene que tolerar corrientes de cortocircuito frecuentes en las líneas de ferrocarril.

**Cables de retorno:** Cables que se usan como refuerzo de los raíles. Debido a su menor impedancia, recogen la mayor parte de las corrientes de retorno, alejándose de los raíles. De este modo es posible reducir las perturbaciones que dichas corrientes de retorno de tracción pueden producir en algunos sistemas de señalización que también emplean los raíles.

**Cable de tierra:** Conductor conectado a tierra en alguno o en todos los apoyos, dispuesto generalmente, aunque no necesariamente, por encima de los conductores de fase, con el fin de asegurar una determinada protección frente a las descargas atmosféricas.

**Cantón:** Cada uno de los tramos de una extensión de línea de ferrocarril alimentada por una misma subestación separado eléctricamente del otro.



**Carril o raíl:** Cada una de las barras metálicas sobre las que se desplazan las ruedas de los trenes. Los raíles se disponen como una de las partes fundamentales de las vías ferroviarias y actúan como soporte, dispositivo de guiado y elemento conductor de la corriente eléctrica. Además de servir de punto de apoyo del tren, sirven de captadores de las corrientes que salen de los trenes.

**Catenaria:** Conjunto de conductores que es necesario instalar a lo largo de la línea para realizar el transporte de la energía eléctrica.

**Centro de transformación:** Instalación provista de uno o varios transformadores reductores de alta a baja tensión con la aparamenta y obra complementaria precisas.

**Corriente de puesta a tierra:** Es la corriente total que se deriva a tierra a través de la puesta a tierra. Nota: la corriente de puesta a tierra es la parte de la corriente de defecto que provoca la elevación de potencial de una instalación de puesta a tierra.

**Corriente nominal:** Corriente que el aparato puede soportar indefinidamente en condiciones normales de empleo.

**Electrodo de tierra:** Conductor, o conjunto de conductores, enterrados que sirven para establecer una conexión con tierra. Los conductores no aislados, colocados en contacto con tierra para la conexión al electrodo, se considerarán parte de éste.

**Feeder negativo:** Cable a tensión negativa que se usa para el retorno de la corriente en los sistemas duales.

**Feeder positivo:** cable que se añade como conductor de refuerzo sólo en los casos en que es necesario. Su uso permite reducir la impedancia, y aumentar el límite de corriente admisible de la catenaria.

**Feeder de retorno:** Cable destinado a reducir pérdidas de tensión en la línea. Es un cable que se usa para disminuir la resistencia del circuito de retorno en líneas electrificadas donde éste tiene un valor óhmico alto, sobre todo por el uso de barras cortas de carril no soldadas, y la gran distancia existente entre subestaciones de tracción.

**Hilo de contacto:** Línea aérea de contacto o catenaria, que es el conductor en el que el pantógrafo hace contacto.

**Impedancia:** Cociente de la tensión en los bornes de un circuito entre la corriente que fluye por ellos. Esta definición sólo es aplicable a corrientes sinusoidales.

**Instalación de tierra:** Es el conjunto formado por electrodos y líneas de tierra de una instalación eléctrica.

**Interruptor automático:** Aparato de conexión capaz de establecer, de soportar y de interrumpir las corrientes en las condiciones normales de circuito, así como de establecer, de soportar durante un tiempo determinado y de interrumpir corrientes en condiciones anormales especificadas del circuito, tales como las del cortocircuito.





**Línea de tierra:** Es el conductor o conjunto de conductores que unen el electrodo de tierra con una parte de la instalación que se haya de poner a tierra, siempre y cuando los conductores estén fuera del terreno o colocados en él pero aislados del mismo.

**Material móvil:** Se denomina de esta manera a todos los elementos que circulan por las vías como son los diferentes tipos de trenes, tanto de mercancías como de pasajeros, que circulan diariamente por la línea.

**Media tensión:** Se considera media tensión toda tensión nominal entre 1 kV y 55 kV.

**Nivel de aislamiento:** Para un aparato o material eléctrico determinado, característica definida por un conjunto de tensiones especificadas de su aislamiento.

Para materiales cuya tensión más elevada para el material sea menor que 300 kV, el nivel de aislamiento está definido por las tensiones soportadas nominales a los impulsos de tipo rayo y las tensiones soportadas nominales a frecuencia industrial de corta duración.

Para materiales cuya tensión más elevada para el material sea igual o mayor que 300 kV, el nivel de aislamiento está definido por las tensiones soportadas a los impulsos de tipo maniobra y rayo.

**Pantógrafo:** Mecanismo articulado que transmite la energía eléctrica a una locomotora proporcionándole la fuerza de tracción. Se sitúa en el techo de la unidad tractora y es regulable en altura de forma automática para poder alcanzar la catenaria independientemente de la altura a la que se encuentre el hilo conductor aéreo.

Existen pantógrafos de diferentes tensiones eléctricas variando el metal de contacto con la catenaria según la tensión a la que esté sometido, desde los más antiguos que eran de doble brazo hasta los más modernos “monobrazos”, adaptados para velocidades muy altas.

**Poder de conexión:** La mayor corriente que un aparato es capaz de cerrar a una temperatura dada y en las condiciones prescritas de empleo y funcionamiento sin deteriorarse ni da origen a manifestaciones externas excesivas.

**Poder de ruptura:** La mayor intensidad de corriente que es capaz de cortar en unas condiciones de empleo dadas.

**Potencia de cierre:** Valor máximo de la potencia que pueden soportar los contactos del relé en el momento de cierre de los mismos.

**Potencia permanente admisible:** Es el valor máximo de la potencia que pueden soportar los circuitos del relé.

**Procedimientos de operación:** Procedimientos de carácter técnico e instrumental necesarios para realizar la adecuada gestión técnica de los sistemas eléctricos insulares y extrapeninsulares.

**Redes de transporte de compañía:** Son las redes de transporte y distribución propiedad de una empresa distribuidora de energía eléctrica.



**Reenganche automático:** Secuencia de maniobras por las que, a continuación de una apertura, se cierra automáticamente un aparato mecánico de conexión después de un tiempo predeterminado.

**Resistencia de tierra:** Es la resistencia entre un conductor puesto a tierra y un punto de potencial cero.

**Seccionador:** Aparato mecánico de conexión que, por razones de seguridad, en posición abierto asegura una distancia de seccionamiento que satisface unas condiciones específicas de aislamiento.

Nota: un seccionador es capaz de abrir y cerrar un circuito cuando es despreciable la corriente a interrumpir o a establecer, o bien cuando no se produce un cambio apreciable de tensión en los bornes de cada uno de los polos del seccionador. Es también capaz de soportar corrientes de paso, en las condiciones normales del circuito, así como durante un tiempo especificado en condiciones anormales, tales como las de cortocircuito.

**Sobretensión:** Tensión anormal existente entre dos puntos de una instalación eléctrica, superior al valor máximo que puede existir entre ellos en servicio normal.

**Sustentador:** Es el conductor que se diseña para soportar el peso del hilo de contacto a través de las péndolas.

**Switch:** Es un dispositivo digital de lógica de interconexión de redes de computadores que opera en la capa 2 (nivel de enlace de datos) del modelo OSI. Su función es interconectar dos o más segmentos de red, de manera similar a los puentes, pasando datos de un segmento a otro.

**Tensión:** Diferencia de potencial entre dos puntos. En los sistemas de corriente alterna se expresará por su valor eficaz, salvo indicación de lo contrario.

**Tensión asignada de un cable  $U_0/U$ :** Tensión para la que se ha diseñado el cable y sus accesorios.  $U_0$  es la tensión nominal eficaz a frecuencia industrial entre cada conductor y la pantalla del cable y  $U$  es la tensión nominal eficaz a frecuencia industrial entre dos conductores cualesquiera.

**Tensión de paso:** Es la parte de la tensión a tierra que aparece en caso de un defecto a tierra entre dos puntos del terreno separados a un metro,

**Tensión de suministro:** Es el valor o valores de la tensión que constan en los contratos que se establecen con los usuarios y que sirven de referencia para la comprobación de la regularidad en el suministro. La tensión de suministro puede tener varios valores distintos en los diversos sectores de una misma red, según la situación de éstos y demás circunstancias.

**Tensión nominal:** Valor convencional de la tensión con la que se denomina un sistema o instalación y para el que ha sido previsto su funcionamiento y aislamiento. La tensión nominal se expresa en kilovoltios.



**Tensión soportada nominal a los impulsos tipo maniobra o tipo rayo:** Es el valor de la cresta de la tensión soportada a los impulsos tipo maniobra o tipo rayo prescrita para un material, el cual caracteriza el aislamiento de este material en lo relativo a los ensayos de tensión soportada.

**Tensión soportada nominal a frecuencia industrial:** Es el valor eficaz más elevado de una tensión alterna sinusoidal, a frecuencia industrial que el material considerado debe ser capaz de soportar, sin perforación ni contorneamiento, durante los ensayos realizados en las condiciones especificadas.

**Tensión permanente admisible:** Valor máximo de la tensión que puede soportar la bobina de un relé, o los contactos del mismo, en un tiempo especificado.

**Tierra:** Es la masa conductora de la tierra en la que el potencial eléctrico en cada punto se toma, convencionalmente, igual a cero, o todo conductor unido a ella por una impedancia despreciable.

**Traviesa polivalente:** Traviesa que permite la fijación de los dos hilos de carril en dos posiciones distintas, quedando en una de ellas las vías con ancho nacional y en la otra con ancho internacional.

**Vano de una línea:** Distancia entre dos apoyos consecutivos de una línea eléctrica.





# 10. Bibliografía

## 10.1. Referencias bibliográficas

- [1] Ministerio de Fomento. Estadísticas y Publicaciones. Anuario estadístico, 2009.
- [2] Ministerio de Industria, Turismo y Comercio. Libro de la energía, 2008.
- [3] IDAE, Instituto para la Diversificación y Ahorro de la Energía, 2009.
- [4] Brun, D., Lancien D., Raoul, M. *La puissance et la commande du TGV. Un Systeme intégré électrotechnique/électronique*. Revue Générale de l'Électricité N° 11/94, 1994.
- [5] GIF, Gestor de Infraestructuras Ferroviarias. Martínez Acevedo, J. *La Electrificación Ferroviaria*. 2002.
- [6] TECNORAIL CO. *Sistemas de alimentación a la tracción eléctrica*. 2008.
- [7] Allenbach, J-M., Chapas, P., Comte, M. y Kaller R. *Traction électrique*. Presses polytechniques et universitaires romandes. 2nd Ed. 2008
- [8] Valero J., Sanz J., Gauchía L., Castaño S. *Estudio de Potencia Básico*. Departamento de Ingeniería Eléctrica UC3M-Electren S. A.
- [9] Procedimiento de operación (P.O.) 12.2. *Instalaciones conectadas a la red de transporte: Requisitos mínimos de diseño, equipamiento, funcionamiento y seguridad y puesta en servicio: Apartado 1 "Condiciones de intercambio de energía"*. REE [[http://www.ree.es/operación/procedimientos\\_operacion.asp](http://www.ree.es/operación/procedimientos_operacion.asp)].



- [10] Pilo, E. *Diseño óptimo de la electrificación de ferrocarriles de alta velocidad*. Tesis doctoral. Universidad Pontificia Comillas de Madrid, 2003.

## 10.2. Bibliografía complementaria

[Stevenson, W.D.] *Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia*. McGrawHill, Madrid, 1985.

[Gómez Expósito, A., Conejo, A.J. y Cañizares, C.] *Electric Energy Systems, Analysis and Operation*. CRL Press, Taylor & Francis Group, LLC, NW, EEUU, 2009.

[Kiessling, F., Piff, R. y Schnieder, A.] *Contact lines for Electrical Railways: Planning-Design-Implementation*. Wiley & Sons, Nueva York, EEUU, 2009.

[Harper, E.] *Elementos de diseño de Subestaciones eléctricas*. Limusa, México D.F., 2002.

[Conejo, A.J.] *Instalaciones eléctricas*. McGrawHill, Madrid, 2007.

[Guirado Torres, R.] *Tecnología eléctrica*. McGrawHill, Madrid, 2006.

[[http://www.cps.unizar.es/~transp/Ferrocarriles/INTRODUCCION\\_HISTORICA\(Traccion\\_electrica\).html](http://www.cps.unizar.es/~transp/Ferrocarriles/INTRODUCCION_HISTORICA(Traccion_electrica).html)] Accedido en Abril 2011.

[[http://www.asafal.com/digital\\_2/opinion1.htm](http://www.asafal.com/digital_2/opinion1.htm)] Accedido en Mayo 2011.

[[http://www.sisoft.ucm.es/Manuales/MATLAB\\_r2006b.pdf](http://www.sisoft.ucm.es/Manuales/MATLAB_r2006b.pdf)] Accedido en Julio 2011.





